

Matematik 2A, foråret 2004

Det Teknisk-Naturvidenskabelige Basisår

Prøveopgave nr. 5

1. Betragt matricen

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 & 4 \\ 0 & 1 & -2 & 3 \\ -1 & -2 & x+2 & -2 \\ 0 & 1 & x-3 & x+7 \end{bmatrix},$$

hvor x er et reelt tal.

- Vis, at matricen A har determinanten $x^2 + x - 2$.
- For hvilke værdier af x er A ikke-invertibel?

2. Betragt følgende matricer

$$B = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -5 & 3 \\ 0 & 0 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & -3/4 & 1/2 \end{bmatrix} \quad \text{og} \quad C = \begin{bmatrix} -2 & 3 & 0 & -1 \\ -5 & -5 & 1 & 2 \\ -3 & -5 & 4 & -2 \\ 5 & -3 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

- Det oplyses at $\det(C) = 62$. Beregn $\det(B)$ og $\det(BC)$. Er produkterne BC og C^2B^T begge invertible matricer?
- Lad A være matricen fra spørgsmål 1 med $x = 1$. Betragt produkterne AB , AC , BA og CA . Kan man finde en invertibel matrix blandt disse fire matrix-produkter?

Teorispørgsmål:

Redegør for determinantbegrebet, og diskuter regnereglerne for determinanter.