

# Matematik 2A, foråret 2004

## Det Teknisk-Naturvidenskabelige Basisår

### Prøveopgave nr 6.

#### Baggrund for opgaven

Forestil jer, at I har givet et vandret liniestykke i planen, der går fra punktet  $(-1, 1)$  og et stykke til venstre, og et andet vandret liniestykke, der går fra punktet  $(1, 3)$  og et stykke til højre.

Disse to liniestykker ønsket forbundet med en "pæn, glat" kurve.

De to vandrette liniestykker kan f. eks. repræsentere dele af en konstruktion, der skal forbindes "pænt".

Eller, hvis situationen betragtes fra oven, kan de repræsentere to stykker jernbane, der skal forbindes.

Dette kan f. eks. gøres med stykker af polynomier (kaldet splines), som denne opgave går ud på.

#### Selve opgaven

Sp. 1: Find to polynomier  $p_1$  og  $p_2$ , begge af grad højst 3, der opfylder

(1)  $p_1(-1) = 1$

(2)  $p_1'(-1) = 0$

(3)  $p_2(1) = 3$

(4)  $p_2'(1) = 0$

(5)  $p_1(0) = p_2(0)$

(6)  $p_1'(0) = p_2'(0)$

Samtlige par af polynomier, der opfylder betingelserne, ønskes angivet.

Sp. 2: Samme problem, som i sp.1, men  $p_1$  og  $p_2$  skal nu yderligere opfylde

(7)  $p_1''(-1) = 0$

(8)  $p_2''(1) = 0$

Sp.3: Lav en tegning, der illustrerer den fundne løsning.

Sp.4: Undersøg, om der findes to polynomier, begge af grad højst 3, der for-

uden (1)-(8) også opfylder

$$(9) p_1''(0) = p_2''(0)$$

Sp.5: Forklar konsekvensen af sp. 4, hvis opgaven handler om at forbinde to stykker jernbane.

**Teorispørgsmål:**

Redegør for egenskaber ved invertible matricer.