Projektforslag

Som emne for mat1-projektet i dynamiske systemer kan I vælge at analysere nedenstående differentialligning; den er kendt som *van der Pols* ligning og kommer fra studiet af elektronrør i fysik i 1920'erne:

$$x''(t) + (x(t)^2 - 1)x'(t) + x(t) = 0. \tag{1}$$

Denne ligning foreslås dels fordi man (som for de fleste andre ikke-lineære differentialligninger) ikke kan opskrive løsningerne eksplicit — og dels fordi man ved at anskue den som *dynamisk system* alligevel kan få en dyb indsigt i løsningernes opførsel (som er ganske interessant!).

Konkret kan man i projektet arbejde med emner à la:

- Visualiser ved hjælp af Maple løsningernes opførsel (=dynamikken) ved at skitsere både retningsfeltet i faseplanen og et par løsninger hørende til udvalgte begyndelsesdata.

  Kan der på dette grundlag konkluderes noget om dynamikken for systemet ?

- Bevis at der eksisterer løsninger til (1), og afgør hvorvidt de er entydigt bestemte.

- Foretag en sammenligning med relevante *lineære* dynamiske systemer. Er der væsentlige forskelle ? — og hvorfor ?

  Spiller værdien $x(t) = 1$ nogen særlig rolle ?

- Afgør hvor de maksimale løsninger er definerede.

- Undersøg om systemet har ligevægtspunkter eller en grænsecyklus. (Afgør herunder om den matrix, der opnås ved linearisering, er diagonaliserbar etc.)

Kort sagt: Analyser (1) ved hjælp af de begreber der introduceres i PE-kurserne !

Med venlig hilsen
Jon Johnsen

Om projektet i dynamiske systemer

Som I ved, er der forelagt tre forslag til mulige projektemner. Der er tale om tre differentialligninger, og med “dynamisk system” hentydes til de fænomener man kan iagttage om løsningerne ‘mens tiden går’.

Formålet med projektet er, i gribende korthed, at I skal

analysere et konkret dynamisk system.

NB ! Ordet “analysere” er valgt her fordi I, på den ene side, har den løst formulerede opgave at iagttage og nedskrive hvad I kan om det valgte system. Men på den anden side er det alfa og omega at I skriver *lødigt*, dvs. underbygger jeres observationer om systemet med overbevisende argumenter.

Selve analysen skal, naturligvis, udføres ved hjælp af begreberne og sætningerne fra PE-kurset. Der kunne for eksempel være tale om:

- Eksempler på typiske løsningskurver, enten som funktioner af t eller som kurver i faserummet. Lav gerne et faseportræt og retningsvektorfeltet; beskriv ligevægtspunkter mm. (Udnyt her gerne Maple.)
- Bevis at der eksisterer løsninger og afgør hvorvidt de er entydigt bestemte.
- Bestem de maksimale løsningers definitionsintervaller.
- Foretag en sammenligning med relevante *lineære* dynamiske systemer. Er der væsentlige forskelle ? — og hvorfor ?
- Afgør om løsningerne har særlige egenskaber, såsom at begyndelsesdata i første kvadrant medfører at hele løsningskurven løber i første kvadrant. Etc.
- Fastlæg eventuelle ligevægtspunkter, asymptoter og grænsecykler.

Dette bør (circa) være udgangspunktet for alle. Omhu er dog vigtigt: inden et resultat i PE-kurserne anvendes bør dets forudsætninger altid efterprøves osv.[1]

For dem der ønsker det, kan man gå videre i flere retninger. Den klassiske er at etablere et fuldstændigt bevis for eksistens- og entydighedssætningen; det giver et solidt kendskab til PE-kursets hjørnesten (og mange dele af analyse 1). En ekstra udfordring kunne være at vise selvsamme sætning i en lidt mere generel udgave end den, der bevises i kurset. Atter andre muligheder kunne bestå i at nedskrive beviser for nøgleresultater fra lineær algebra, som kurset bruger uden bevis (der kunne godt ske at komme sådanne, det afhænger af hvor hurtigt vi går frem). Tal med vejlederen derom !!

Med venlig hilsen
Jon Johnsen

[1]Projektet har et formål mere, nemlig at muliggøre eksamination i PE-kurserne via jeres projekteksamen. Man bør inddrage et bredt udvalg af emner i sin rapport.

Oversigt nr. 1

I PE-kurset om lineær algebra og ordinære differentialligninger skal vi besæftige os med kapitlerne 1–7 hhv. 1–8 i

[B] D. Betounes, *Differential equations: theory and applications*;

[A] S. Axler, *Linear Algebra done right*.

Kurset er så centralt at I med fordel kan begynde at læse disse kapitler fra en ende af (uanset hvor langt forelæsningerne er nået). Der vil dog nok blive behov for et par overspringelser undervejs. Der bliver ca. 10 seancer til hver bog.

A propos: Forelæsningerne giver absolut størst **udbytte**, når man på forhånd har gjort sig bekendt med emnerne inden man kommer. Kun derved er det muligt at være særligt opmærksom, eller stille spørgsmål, i forbindelse med de ting man ikke umiddelbart kan læse sig til !

1. gang, tirsdag den 10. september 2002. Vi begynder med forelæsning over kapitel 1 i [B]. Hensigten er ikke så meget at forstå hver en lille udregning, men derimod at I får kendskab til en række grundlæggende begreber (for dynamiske systemer), der introduceres her. Disse nye ting er, meget bekvemt, anført i kursiv i teksten; eksempelvis faserum, kurve, fixpunkt, faseportræt.

Dette stof har det hovedformål at introducere den sprogbrug og de begreber vi skal benytte os af i kurset, og endda fra starten af i projektet!

Programmet er så:

- **8.15-10.00:** Forelæsning over kapitel 1.
- **10.15-12.00:** Øvelser bestående af opgaverne 1.2.1–1.2.5 (altså opg. 1–5 i afsnit 1.2).

Vi skal også aftale hvorledes vi fremover fordeler tiden mellem forelæsninger og øvelser og mellem [A] og [B].

Med venlig hilsen
Jon Johnsen

Oversigt nr. 2

Hjemmeforberedelse: Læs kapitel 1 som blev gennemgået sidste gang (eventuelt i nogle bidder). Luk bogen. Overhør med brug af papir og blyant dig selv i følgende emner:

> kurve, faserum, strømlinie, faseportræt, separatricer, vektorfelt, retningsfelt, fikspunkter/ligevægtspunkter, løsning/integralkurve, tidsafhængigt vektorfelt, begyndelsesværdiproblem. Reduktion til 1. ordens systemer.

Regn dernæst de resterende opgaver.

Forbered næste seance iht. nedenstående program: Læs teksten så godt at du har overblik over hvad der skal læres; nedskriv gerne et par spørgsmål, som medtages til forelæsningen. Regn om muligt opgaverne; overvej i det *mindste* hvordan du vil gribe dem an.

2. gang, torsdag den 12. september. Her mødes vi

- **8.15-8.35:** til perspektivering (i G5-112).
- **8.45–10.00:** til opgaveregning, hvor vi ser på 1.4.1 og 1.5.1.

  Er der tid til overs regnes gamle opgaver.
- **10.15–12.00:** til forelæsning dels over mere om eksemplet logistisk vækst; dels over kapitel 2 i [B].

  Afsnit 2.5 overspringes dog; i afsnittet gennemregnes 2-legemeproblemet, som er for specielt i forhold til kurset som helhed, men som dog er læseværdigt, især hvis man har interesse i fysik, blandt andet er det interessant at problemstillingen kan analyseres til bunds.

3. gang, mandag den 16. september. Her begynder vi på den lineære algebra i [A]. Læs som forberedelse kapitel 1.

Med venlig hilsen
Jon Johnsen

Oversigt nr. 3

Hjemmeforberedelse: Læs bogen (1.5+2.2-2.4). Luk bogen. Overhør med brug af papir og blyant dig selv i:

> Reduktion til autonome (tidsuafhængige) systemer, gradientfelter, potentialer, ligevægtspunkter, stabile og ustabile ligevægtspunkter, asymptotisk stabile ligevægtspunkter; grænsecyklus.

Regn dernæst de resterende opgaver fra sidste seddel.

Forbered næste seance iht. nedenstående: Nedskriv dine spørgsmål til teksten; Regn om muligt opgaverne (eller overvej *hvordan* de kan gribes an).

3. gang, mandag den 16. september. Bemærk lokaleændring for denne seance, G5-110.

- **8.15–8.30:** begynder vi med perspektivering.
- **8.30–10.00:** regnes opgaverne 1.3.1, 1.5.4, 1.5.2; 2.2.1 og 2.3.2.
- **10.15–12.00:** gennemgås kapitel 1 og lidt af kapitel 2 i [A], circa til og med lineær uafhængighed.

  Kurset i lineær algebra har (mindst) to funktioner: Det skal dels støtte gennemgangen af ordinære differentialligninger, dels give grundlag for den lineære algebra, I møder senere. Og så er det et af de mest basale emner for alverdens matematikere (!).

  På dette kursus lægges der vægt på at studere egenskaber ved vektorrum, underrum og lineære afbildninger, mens man på basis lægger megen energi i studiet af matricer. Forskellen? Tjah, man kan ofte opnå en dyb viden om en lineær afbildning *uden* at kende dens matrix direkte, og det er som regel det væsentligste i anvendelserne af lineær algebra—og derfor også i dette kursus.

4. gang, onsdag den 18. september.

- **8.15–8.30:** Perspektivering omkring vektorrum.
- **8.30–10.00:** Opgaveregning: Luk bogen og bevis ved håndkraft at der gælder den såkladte **nulregel:**

  $$\lambda v = 0 \iff \lambda = 0 \vee v = 0. \tag{2}$$

  Desuden nr. 1–3 og 5–8 i [A].
- **10.15–12.00:** Gennemgang af resten af kapitel 2.

Med venlig hilsen
Jon Johnsen

Oversigt nr. 4

Indlæring er en ret personlig ting: Lærer man bedst ved at læse om, høre om eller gøre noget med emnet ?? Det afhænger af hvem man er.

I kan med fordel prøve at gøre det klart for jer selv, hvordan I hver især selv bedst lærer. Hertil er det nyttigt (og morsomt) at gennemgå netsiden

http://www.metamath.com//lsweb/dvclearn.htm

Her kan man så vælge "Learning style survey" og få indsigt i ens egen læringsstil. (Når man bagefter møder noget der er svært, har man så en hjælp til hvordan man bedst griber sagerne an.)

Igår har vi i [A] gennemgået s. 21–26 (midten) og 63–67 (undtaget 4.5–6).

5. gang, fredag den 20. september. Her begynder vi på kapitel 3 i [B].

- **8.15–8.30:** Perspektivering om differentialligninger.
- **8.30–10.00:** (1) Vis at der findes konstanter c_1, c_2 så der for ethvert $x \in \mathbb{R}^n$ gælder

  $$c_1(|x_1| + \cdots + |x_n|) \leq \sqrt{|x_1|^2 + \cdots + |x_n|^2} \leq c_2(|x_1| + \cdots + |x_n|). \quad (3)$$

  Dette udtrykker at den euklidiske norm $|x|$ af vektoren x er *ækvivalent* med den såkaldte 1-norm $\|x\|_1 = |x_1| + \cdots + |x_n|$. Skitser mængden af $x \in \mathbb{R}^n$ hvor $\|x\|_1 \leq 1$ og lav en skitse af $|x| \leq 1$. ($\|x\|_1$ kaldes også Manhattan-normen af x; overvej at dette er en rimelig betegnelse !!. (Tænk over det afstandsbegreb der knytter sig til denne norm.))

  (2) Repeter at $1 + q + q^2 + \cdots + q^N = \frac{1-q^N}{1-q}$ for $q \in \mathbb{C} \setminus \{1\}$, og at der derfor for $0 \leq |q| < 1$ gælder $\sum_{n=1}^{\infty} q^n = \frac{1}{1-q}$.

  (3) Regn opgaverne 2.3.1 og 2.4.1. Gamle opgaver hvis der er tid til overs.
- **10.15–12.00:** Gennemgang af kapitel 3.1–3.2 i [B]; vigtigst er Eksistens- og entydighedssætningen (Theorem 3.1), som er et af kursets absolutte hovedpunkter. Som I kan se er beviset ret langt, men vi vil bryde det ned i nogle mindre dele, så det bliver mere overskueligt.

  Vi vil få brug for at 'låne' nogle resultater fra analyse 1, så det må I tage som en introduktion til noget der kommer senere.

Med venlig hilsen
Jon Johnsen

Oversigt nr. 5

For at træne matematiske formuleringer *skriftligt* kan man senest fredag 27/9 aflevere en besvarelse af opgave 1.3 i [A] til sin vejleder (Horias gruppe afleverer til Thomas). [NB! Opgaven kan regnes uden at bruge at $(-1)^2 = 1$, som I nok ikke har set bevist.]

6. seance, mandag den 23. september. Vi fortsætter her med [A].

- **8.15–8.30:** Perspektivering om vektorrum.
- **8.30–10.00:** Her lægger I ud med følgende **formuleringsøvelse:** Formuler nulreglen (fra 4. gang) på tavlen og gennemgå beviset i alle detaljer !! (Dette gøres i hver gruppe, idet man skiftes til at overhøre hinanden, mens jeg kommer rundt så hurtigt som tiden tillader.)

  Dernæst 1.10, 1.12, 1.13+15 i [A]. Evt. også 2.6.
- **10.15–12.00:** Resten af kapitel 2 gennemgås, og måske når vi lidt om lineære afbildninger i kapitel 3.

7. gang, onsdag den 25. september.

- **8.15–8.30:** Perspektivering.
- **8.30–10.00:** Først **formuleringsøvelse** i sætning 1.8 og 1.9 i [A].

  Dernæst laves 2.7, 2.10 og 2.11. Eventuelt gamle opgaver, hvis der er tid.
- **10.15–12.00:** Her er emnet resten af kapitel 3 i [A].

8. gang, fredag den 27. september. Her er der igen differentialligninger på programmet, og I bør om nødvendigt forberede jer ved at være bekendt med brugen af *maple* (til opgaverne).

- **8.15–8.30:** Perspektivering omkring kapitel 3 i [B].
- **8.30–10.00:** Som opgaver regnes 3.1.1 og 3.1.2; samt eventuelt gamle opgaver.
- **10.15–12.00:** Resten af kapitel 3 gennemgås. Bemærk at der til et vektorfelt $X(t, x)$ indføres en *strømnings*- eller *flåd*-afbildning, som groft sagt er samlingen af alle løsningskurver til den af X bestemte ligning. Den 'grafiske udgave' af dette mødte vi i kapitel 1 i form af *faseportrættet*.

Med venlig hilsen
Jon Johnsen

Oversigt nr. 6

9. gang, mandag den 30. september.

- **8.15–8.30:** Perspektivering om lineære afbildninger.
- **8.30–10.00:** Opgave 2.13 og 2.12. Dernæst 3.1+2+5.
- **10.15–12.00:** Resten af kapitel 3 i [A] gennemgås, hvorefter vi tager hul på kapitel 5 om et af de centrale emner: Egenværdier og -vektorer.

10. gang, onsdag den 2. oktober.

- **8.15–8.30:** Perspektivering om lineær algebra.
- **8.30–10.00:** Vi begynder med **Formuleringsøvelse:** Gennemgå dimensionssætningen (Theorem 3.4) på tavlen på skift. Man må gerne nøjes med at skrive de vigtigste skridt, men den fulde argumentation bør fremføres mundtligt i det mindste. Forbered jer grundigt på det, så I ved hvorfra der er rygdækning til hvert eneste skridt.

  Dernæst betragtes $\mathcal{P}_m(\mathbb{L})$. Vis at sættet $(1, x, \dots, x^m)$ er en basis. Vis at afbildningen i $\mathcal{L}(\mathcal{P}_m(\mathbb{L}))$ givet ved $p \mapsto \frac{dp}{dx}$ er lineær. Find dens matrix mht. basen $(1, x, \dots, x^m)$.

  Endelig opgave 3.6+7+8.
- **10.15–12.00:** Vi gennemgår resten af kapitel 5.

11. gang, fredag den 4. oktober. Her er der igen differentialligninger på programmet.

- **8.15–8.30:** Perspektivering om differentialigninger.
- **8.30–10.00:** Ryd op, og regn de gamle opgaver I ikke har nået !
- **10.15–12.00:** Vi gennemgår nu resten af kapitel 3 i [B]. Man kan med fordel repetere begrebet restriktion af en afbildning (det indgår i diskussionen af *maksimale* løsninger).

Med venlig hilsen
Jon Johnsen

Oversigt nr. 7

Allerførst: De fleste af jer virker til at møde uforberedt til øvelserne, og I når derfor kun et *fåtal* af opgaverne — og jeg skriver dette fordi I derved forsømmer en stor chance til at få fuldt udbytte af projektet !

Så for jeres egen skyld: Gør et ærligt forsøg på at regne opgaverne hjemmefra, så kan I nå meget mere i grupperrummene, og bedre drage fordel af at jeg (eller Bjarne eller Horia) står til rådighed.

12. gang, onsdag den 9. oktober 2002.

- **8.15–8.30:** Perspektivering om lineær algebra.
- **8.30–10.00:** Opgave 3.9, 3.12, 3.19, 3.20, 3.22. Og fra kapitel 5 nogle der træner i de nye begreber: 5.1, 5.6 og 5.10.

  Mere udfordrende regnestykker opnås med: 3.11 og 3.24.
- **10.15–12.00:** Vi gennemgår kapitel 5 til side 90 med. Dernæst kapitel 6 indtil ca side 116.

13. gang, fredag den 11. oktober 2002.

- **8.15–8.30:** Perspektivering om lineær algebra.
- **8.30–10.00:** Opgave 3.10, 3.14, 3.20, 3.25. Og opgaverne 5.11, 5.20.

  Ekstra udfordring i 5.9, 5.18, 5.21.
- **10.15–12.00:** Gennemgang af resten af kapitel 6.

14. gang, mandag den 21. oktober 2002. Her første gang efter efterårsferien er der igen differentialligninger på tapetet.

- **8.15–8.30:** Perspektivering.
- **8.30–10.00:** Opgave 3.3.1 punkt a, b, d.

  Desuden 3.2.2. For nuværende er denne opgave en stor mundfuld, men vil dog alligevel belyse beviset for eksistens- og entydighedssætningen (samt analyse 1). Kunne være meget projektrelevant.
- **10.15–12.00:** Resten af kapitel 3 gennemgås, med hovedvægten på 3.5 om strømningen for autonome vektorfelter. Hvis tiden tillader vil jeg muligvis give en oversigt over kapitel 4 — men læs gerne dette kapitel selv, mange af betragtningerne vil I nok have set før i kursets begyndelse da vi gennemgik eksemplet $x' = kx(A - x)$ (logistisk vækst). Repeter dette.

Med venlig hilsen
Jon Johnsen

Oversigt nr. 8

Som skriftlig formuleringsøvelse til aflevering til vejlederen fredag den 11. oktober (eventuelt 16/10) stilles den nedenstående.

NB ! Den ser længere ud end den er (et studium i notation).

Følgetonopgave, 1. del. Som bekendt kan m ligninger med n ubekendte skrives på entydig måde som en matrixligning:

$$\begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_1 \\ \vdots \\ c_m \end{pmatrix}, \tag{4}$$

hvor alle størrelser tilhører skalarlegemet $\mathbb{L}$. I kompakt form skriver vi dette som $Ax = c$, som ligning i $\mathbb{L}^m$.

Løsningsproceduren med rækkeoperationer involverer i 1. skridt som bekendt

- ombytning af to rækker så $1, 1$-indgangen bliver $\neq 0$;
- multiplikation af 1. række med en skalar så $1, 1$-indagngen bliver $= 1$.
- addition af $-a_{j,1}$ gange 1. række til j'te række (for $j \neq 1$).

$1°$ Find matricerne for følgende operatorer i $\mathbb{L}^m$: $O_{j,k}$ som ombytter j'te og k'te komponent, $S_{j,\lambda}$ som skalerer j'te komponent med λ og $A_{\lambda j,k}$ som adderer λ gange j'te komponent til den k'te. Altså,

$$O_{j,k}(y_1, \dots, y_m) = (y_1, \dots, y_{j-1}, y_k, y_{j+1}, \dots, y_{k-1}, y_j, y_{k+1}, \dots, y_m); \tag{5}$$

$$S_{j,\lambda}(y_1, \dots, y_m) = (y_1, \dots, y_{j-1}, \tfrac{1}{\lambda} y_j, y_{j+1}, \dots, y_m); \tag{6}$$

$$A_{\lambda j,k}(y_1, \dots, y_m) = (y_1, \dots, y_{k-1}, y_k + \lambda y_j, y_{k+1}, \dots, y_m). \tag{7}$$

For simpelhedens skyld betegnes også matricerne med $O_{j,k}$, $S_{j,\lambda}$ og $A_{\lambda j,k}$.

$2°$ Udled for en vilkårlig matrix $M \in \mathcal{M}(k, n, \mathbb{L})$ udseendet af matrixprodukterne $O_{j,k}M$, $S_{j,\lambda}M$ og $A_{\lambda j,k}M$.

$3°$ Vis at $O_{j,k}$, $S_{j,\lambda}$ og $A_{\lambda j,k}$ alle er invertible.

$4°$ Bevis at hvis A' betegner den matrix der fremkommer ved at udføre rækkereduktionens 1. skridt på A, så er

$$A' = A_{-\lambda_m 1,m} \dots A_{-\lambda_2 1,2} S_{1,\lambda_1} O_{1,j} A, \tag{8}$$

når 1. søjle i A betegnes med $\left(\begin{smallmatrix} \lambda_1 \\ \cdots \\ \lambda_m \end{smallmatrix}\right)$ og $j > 1$ er passende valgt (evt. $O_{1,1} = I$).

$5°$ Slut af ovenstående at $Ax = c$ har samme løsningsmængde som $A'x = c'$ for $c' = A_{-\lambda_m 1,m} \dots A_{-\lambda_2 1,2} S_{1,\lambda_1} O_{1,j} c$. (Brug invertibiliteten.)

$6°$ Slut endelig at $Ax = c$ har samme løsningsmængde som $A^{(k)}x = c^{(k)}$ for et passende, entydigt bestemt $c^{(k)} \in \mathbb{L}^m$ — idet $A^{(k)}$ er den matrix der fremkommer ved at udføre det størst mulige antal rækkeoperationer på A (altså reduktion til trappematrix (el. eschelonform)).

Med venlig hilsen
Jon Johnsen

Oversigt nr. 9

NB ! Seancen mandag den 28/10 må **aflyses** grundet et møde. Jeg foreslår vi indhenter begge aflyste seancer senere; tid og sted meddeles med elektronisk post.

- **8.15–8.30:** Perspektivering.
- **8.30–10.00:** Opgaver: Først de nemme 5.17 og 5.18 .

  Dernæst 6.10, 6.11 og 6.12 (som ikke er svære !).
- **10.15–12.00:** Gennemgang af side 111-137 i [A]. (Vi når næppe det hele..)

16. gang, fredag den 25. oktober. Dette bliver vores sidste seance om lineær algebra.

- **8.15–8.30:** Perspektivering.
- **8.30–10.00: Formuleringsøvelse:** Gennemgå ækvivalensen af (a) og (b) i Proposition 5.21 i [A].

  Opgave 6.18. Endelig gamle opgaver.
- **10.15–12.00:** Kapitel 7 frem til side 137 plus afsnittet om isometrier. Hvis tiden tillader det vil jeg give en oversigt over lineær algebra (muligvis med et perspektiv på det vi ikke nåede..).

Med venlig hilsen
Jon Johnsen

Oversigt nr. 10

Igår gjorde vi kapitel 3 og 4 færdigt i [B], idet dog afsnit 4.4 og 4.5 blev sprunget over. Vi stiler mod at gennemgå til og med afsnit 7.4 om Lyapunov-funktioner, som er et middel (blandt flere) til at analysere stabilitetsforholdene af ligevægtspunkter.

Imidlertid er dele af fremstillingen noget utilgængelig for os lige nu, så vi må springe visse afsnit over. Især er det en ulempe at vi ikke er fortrolige med Jordans normalform af matricer fra den lineære algebra; bogen gør meget ud af de konklusioner denne fører til for systemer af lineære differentialligninger, men her må vi nøjes med at forklare tilfældet med diagonaliserbare matricer.

18. gang, 1. november. Bemærk at den første opgave kræver en vis hjemmeforberedelse ! Nemlig at man gennemgår argumenterne i beviset for Corollar 3.2 i [B] og noterer de punkter man finder uklare.

- **8.15–8.30:** Perspektivering om dynamiske systemer.
- **8.30–10.00:** Diskuter beviset for bogens Corollar 3.2 i grupperne, og afklar de dunkle punkter der måtte være.

  Opgave 3.4.1 (b). Dernæst 4.2.2 med punkt (b) først. Endelig 4.3.1.
- **10.15–12.00:** Forelæsning over kapitel 5 i [B], hvor lineære systemer af første orden, dvs. tilfældet $x' = Ax$, gennemgås helt systematisk. Vi lægger dog hovedvægten på det tilfælde hvor A er diagonaliserbar.

19. gang, 4. november. NB ! Dette er en eftermiddagsseance fra 12.15 til 16.00.

- **12.15–12.30:** Perspektivering.
- **12.30–14.00:** Opgaveregning: 5.1.1, 5.2.4.

  Til træning i eksponentialmatricer, e^A, kan regnes 5.3.1; og med mere bid i er der 5.3.5.

  Faseportrætter belyses i opgave 5.4.6 og 5.4.7.
- **14.15–16.00:** Afrunding af kapitel 5 og gennemgang af nogle få ting fra kapitel 6. Antagelig når vi begyndelsen af kapitel 7.

20. gang, 6. november. NB ! Dette er en eftermiddagsseance fra 12.15 til 16.00.

- **12.15–14.00:** Forelæsning over kapitel 7 til og med afsnit 7.4.
- **14.15–16.00:** Opgaveregning: Om stabilitet 7.1.1. Om Lyapunovfunktioner 7.4.1+2.

Med venlig hilsen
Jon Johnsen

Oversigt nr. 11

Pensumliste

Lineær algebra. Efter "Linear algebra done right" af Sheldon Axler, 2. udgave (Springer 1999) er der læst

Chapter 1 Vector spaces pp 1–19.

Chapter 2 Finite dimensional vector space pp 21–35.

Chapter 3 Linear maps pp 38–58.

Chapter 4* Polynomials pp 64–72.

Chapter 5 Eigenvalues and eigenvectors, pp 76–90.

Chapter 6 Inner-product spaces pp 98–121.

Chapter 7 Operators on inner product spaces pp 128–137, 147–150.

Chapter 8* Operators on complex vector spaces, p 164 og p 186.

Chapter 10 Trace and determinant, pp 214–216.

Differentialligninger. Her har vi benyttet "Differential equations: theory and applications" af David Betounes (Springer 2001) og læst:

Chapter 1 Introduction, pp 1–32.

Chapter 2 Techniques, concepts and examples, pp 39–54.

Chapter 3 Existence and uniqueness: the flow map, pp 75–113.

Chapter 4 One-dimensional systems, pp 115–146.

Chapter 5 Linear systems, pp 157–192.

Chapter 6 Linearization and transformation, pp 231–238.

Chapter 7 Stability theory, pp 275–279, 292-301.

Appendix B Gronwall's inequality, pp 611-613.

I begge bøger er de nævnte afsnit gennemgået og er dermed pensum; dog er det med $*$ markerede kursorisk stof.

Med venlig hilsen
Jon Johnsen