

---

**Oversigt nr. 1**

---

I kurset matematik 1A skal vi beskæftige os med matematisk analyse, og der kommer groft sagt til at være tre emner: Funktioner af flere variable (hvordan differentierer og integrerer man den slags !?), komplekse tal og differentialligninger.

Men som I vil få at se begynder vi mere jordnært med noget velkendt: cosinus og sinus. Vi vil både repetere det og give et nyt perspektiv på sagen ved også at diskutere deres omvendte funktioner. Mere om det senere.

Vi vil benytte følgende bøger:

[EP] C. Edwards og D. Penney: *Calculus, 6th edition*, Prentice–Hall, New Jersey, 2002.

[Elb] H. Elbrønd Jensen: *Matematisk analyse 1*, 4. udgave, Institut for matematik, Danmarks tekniske universitet, 2000.

Disse skulle meget gerne være at købe i bogladen (Strandvejen 12–14, 1. sal), hvor man på et tidspunkt skulle kunne få et kompendium af Bo Rosbjerg og Henrik Vie Christensen.

**1. gang, tirsdag den 2. september.** Som nævnt vil vi begynde med de trigonometriske funktioner og deres inverser, svarende til appendiks C og pp. 467–471 i [EP]. Da det er første gang vil programmet være:

**kl. 12.30-13.50** Her vil jeg give en introduktion til kurset, og forelæse over ovennævnte emner.

**kl. 14.00-16.15** Her regner vi opgaver. Alle regner 1, 3, 5, 7, 9, 11, 20, 27, 28, 29, 33, 37, 43, 47 i appendiks C af [EP]. Dem der har tid til overs går videre med 17, 19, 21, 25, 39 samme steds.

En semesteroversigt kommer snarest.

Med venlig hilsen  
Jon Johnsen

---

Oversigt nr. 2

---

**2. gang, torsdag den 4. september.**

- **8.15–8.35:** Her repeteres afsnit 7.5 i [EP], idet hovedvægten nu vil ligge på arcsin og arccos i stedet for arctan.
- **8.35–10.30:** Her øves teorien ved at følgende opgaver laves af

**alle:** 1, 2, 3, 5, 6, 8, 9, 12, 17, 21 i kapitel 7.5 i [EP].

Diskuter dernæst konceptopgaverne side 474 nederst i [EP]. NB! NB!!  
Dette gøres i *fællesskab* i grupperne, så I sikrer jer at I alle har forstået såvel problematikken som de svar, I når frem til.

Dette kan yderligere suppleres med sandt/falsk-opgaver fra cd-rom'en (kræver dog et drev, men mon ikke mange af jer kunne have glæde af det hjemme !?).

**de hurtige:** Kan supplere med opgave 56 og 64 i kapitel 7.5.

- **10.40–12.00:** Her gennemgås afsnit 10.2 i [EP] om *polære koordinater*. Dette er velkendt i grundlaget, men via eksemplerne skal vi se at det kræver mere fortrolighed end man først skulle tro.

Med venlig hilsen  
Jon Johnsen

**Oversigt nr. 3**

I følgende semesteroversigt er henvisningerne til de relevante afsnit af [EP].

| Uge | Dato  | Seance | Emner                                                             |
|-----|-------|--------|-------------------------------------------------------------------|
| 36  | 2/9   | 1      | Trigonometriske funktioner og deres inverser (App. C+7.5)         |
|     | 4/9   | 2      | Polære koordinater (10.2)                                         |
| 37  | 9/9   | 3      | Kurver og bevægelse i rummet (12.5).<br>Kurvelængde (s.817–818).  |
|     | 11/9  | 4      | Funktioner af flere reelle variable (13.1–2)                      |
| 38  | 16/9  | 5      | Partielle afledte (13.4)                                          |
|     | 18/9  | 6      | Ekstrema for funktioner af flere variable (13.5)                  |
| 39  | 23/9  | -      |                                                                   |
|     | 25/9  | -      |                                                                   |
| 40  | 30/9  | -      |                                                                   |
|     | 2/10  | -      |                                                                   |
| 41  | 7/10  | 7      | Opsamling og opgaver                                              |
|     | 9/10  | 8      | Tilvækst og lineær approksimation (13.6)                          |
| 42  | 14/10 | -      | efterårsferie                                                     |
|     | 16/10 | 9      | Kæderegl. Implicit differentiation (13.7)                         |
| 43  | 21/10 | 10     | Retningsafledte. Gradientvektoren (13.8)                          |
|     | 23/10 | 11     | Introduktion til integration i flere variable (14.1)              |
| 44  | 28/10 | 12     | Integration over områder i planen (14.2)                          |
|     | 30/10 | 13     | Opsamling og opgaver                                              |
| 45  | 4/11  | 14     | Areal og volumen bestemt ved dobbeltintegraler(14.3)              |
|     | 6/11  | 15     | Dobbeltintegraler i polære koordinater (14.4)                     |
| 46  | 11/11 | 16     | Anvendelse af dobbeltintegraler (14.5).<br>Kurveintegraler (15.2) |
|     | 13/11 | 17     | Integration: Eksempler og opsamling                               |
| 47  | 18/11 | -      |                                                                   |
|     | 20/11 | -      |                                                                   |
| 48  | 25/11 | 18     | Komplekse tal                                                     |
|     | 27/11 | 19     | Rødder i (komplekse) polynomier                                   |
| 49  | 2/12  | 20     | Den komplekse eksponentialfunktion                                |
|     | 4/12  | 21     | Indledende om differentiaalligninger                              |
| 50  | 9/12  | 22     | Lineære andenordens differentiaalligninger                        |
|     | 11/12 | 23     | Lineære diff.-ligninger og superposition                          |
| 51  | 16/12 | 24     | Inhomogene andenordens differentiaallgninger                      |
|     | 18/12 | 25     | Afslutning af kurset. Introduktion om MR1                         |

Justeringer kan forekomme.

Med venlig hilsen  
Jon Johnsen

---

**Oversigt nr. 4**

---

**3. gang, tirsdag den 9. september.**

- **12.30–12.50:** Repetition om polære koordinater.
- **12.50–14.45:** Opgaverne 1, 2, 3, 5, 7, 11, 13, 15, 19, 21, 25, 29 fra kapitel 10.2 i [EP]. Eventuelt konceptopgaven side 634.
- **14.55–16.15:** Gennemgang af kapitel 12.5 og side 817–818 om beskrivelse af kurver i rummet og af bevægelser langs med sådanne. De centrale metoder er:
  - Vektorfunktioner som parameterfremstillinger (man kan forestille sig en vektor, hvis spids med tiden vandrer hen over hele kurven);
  - differentiation og integration af vektorfunktioner;
  - hastigheds - og accelerationsvektorer, fart og acceleration;
  - længdeberegning ved integration af farten.

**4. gang, torsdag den 11. september.**

- **8.15–8.35:** Repetition om kurver i rummet.
- **8.35–10.30:** Opgaver 3,7,15,17,23,31 i kapitel 12.5 af [EP]. Desuden opgaver om kurvelængde: 1 og 3 side 828.

Til de hurtige en ‘tænkeopgave’: Nr. 39 i 12.5. Vink: Parameterfremstillingen skal opfylde ligningen  $r(t) \cdot r(t) = R^2$ , hvor  $R$  betegner kuglens radius (hvorfor?). Differentier denne ligning med hensyn til  $t$  (Thm. 2.4, p. 806).
- **10.40–12.00:** Gennemgang af 13.1–2 i [EP], dvs. siderne 850–857. Vi skal her se på
  - funktioner af flere variable;
  - grafen for en funktion af to variable;
  - niveaukurver og -flader;
  - (lokale) maksima og minima, saddepunkter (uddybes senere).

Mens man i gymnasiet lærer metoder til at analysere sammenhængen mellem *to* variable størrelser, så skal vi finde metoder til at studere sammenhænge mellem *tre eller flere* størrelser. Det vil være nyt for jer, men mange fænomener i fysik, ingeniørvidenskab, kemi og økonomi mm. har netop denne karakter, så det vil være afgørende for jer at klø på for at lære disse ting.

Med venlig hilsen  
Jon Johnsen

---

**Oversigt nr. 5**

---

Jeg beklager den sene udsendelse af denne oversigt. Hverdagsproblemer som punktering og computersystemsammenbrud på samme dag er effektive killere af arbejdsprogrammer!

**5. gang, tirsdag den 16. september.** Her vil vi præsentere de grundlæggende begreber i differentialregningen for funktioner af flere variable. Yderst centralt.

- **12.30–12.50:** Repetition og perspektivering.
- **12.50–14.45:**
  - Opgaveregning til træning af
  - definitionsområder:** Kapitel 13.2 nr. 14 og 15.
  - grafer:** Nr. 25 og 28 samme steder.
  - niveaukurver:** Nr. 31 og 39.
  - niveauflader:** Nr. 43.
  - mere om grafer:** Nr. 47 og 55.
- **14.55–16.15:** Gennemgang af kapitel 13.4 om *partielle afledte*.

**6. gang, torsdag den 18. september.** Denne seance vil yderligere fokusere på den central differentialregning. Det er nu en ekstra indsats vil lønne sig !!

- **8.15–8.35:** Repetition.
- **8.35–10.30:** Opgaver i kapitel 13.4:
  - Partielle afledte:** Nr. 5 og 15.
  - Tangentplaner:** Nr. 35, 36, 38, 39.
  - Andenordens afledte:** Nr. 41 og 43.
  - Intuition:** Diskuter 45–50 i fællesskab!
  - Anvendelse:** Nr. 55.
- **10.40–12.00:** Forelæsning over kapitel 13.5 om *ekstremumsundersøgelser*.

Jeg forventer at vi den syvende gang vil lave opsamling, jævnfør oversigten, og herunder se på de prøveopgaver, vi har grundlag for. Selve opgaverne udsendes i uge 38, så I har tid til at se på dem inden syvende gang.

Med venlig hilsen  
Jon Johnsen

---

**Oversigt nr. 6**

---

Prøveopgaverne til kurset findes nu under en separat indgang på min web-side.

**7. gang, tirsdag den 7. oktober.** I denne seance vil vi dels se på ekstremumsundersøgelser af funktioner af flere variable, dels repetere lidt af det tidligere gennemgåede.

- **12.30–12.50:** Vi mødes her til repetition om bestemmelse af maksima og minima — ledemotivet er vandrette *tangentplaner*, og I bedes forberede jer ved hjemme at læse om dette i kapitel 13.5.
- **12.50–15.30:** Til at træne jer i ekstremumsundersøgelser kan I regne opgaverne 9, 17, 25, 37, 39 og 47 samt 51 (vedr. nr. 47: *girth* betyder omkreds, vinkelret på længderetningen).

Ekstremumsundersøgelse indgår også i prøveopgave nr. 3, som I dernæst kan regne.

Er der mere tid til overs kan I se på prøveopgaverne 1 og 2, og eventuelt gamle opgaver. (NB ! Vi har sat ekstra tid af til opgaverne idag, så I kan træne lidt mere.)

- **15.40–16.15:** Her vil jeg gennemgå lidt mere af kapitel 13.5. Stoffet her er meget centralt, så vi vil bruge lidt ekstra tid på det.

**8. gang, torsdag den 9. oktober.**

- **8.15–8.35:** Mere repetition og perspektivering af ekstremumsundersøgelser.
- **8.35–10.30:** Diskuter i fællesskab konceptopgaven side 886.

Regn dernæst opgaverne (i kapitel 13.5) 48, 59 og 63. Disse skulle gerne illustrere anvendelsesmulighederne (selvom der er mange vi ikke er kommet ind på).

Endelig kan I se på opgaver fra tidligere seancer, især prøveopgave 1 og 2, hvis I har behov for det.

- **10.40–12.00:** Her gennemgås kapitel 13.6. Hovedsigtet er at tilnærme funktioner med deres tangentplaner — som vi skal se er dette meningsfyldt for en stor klasse af funktioner, som vi derfor vælger at kalde *differentiable* funktioner (bemærk at dette ord således har en mere speciel mening, end for funktioner af 1 variabel).

Med venlig hilsen  
Jon Johnsen

---

**Oversigt nr. 7**

---

Sidste gang endte forelæsningen med at vi fik defineret at  $f(x_1, \dots, x_n)$  kaldes *differentiabel* i et indre punkt  $x$  af definitionsmængden, dersom der findes en vektor  $a \in \mathbb{R}^n$  som tillader en fremstilling

$$f(x+h) = f(x) + a \cdot h + \varepsilon(h) \cdot h,$$

hvor  $\varepsilon(h) = (\varepsilon_1(h), \dots, \varepsilon_n(h))$  er en epsilonfunktion, dvs. at hver komponent opfylder at  $0 = \varepsilon_j(0) = \lim_{h \rightarrow 0} \varepsilon_j(h)$ .

I al hast argumenterede vi for at vektoren  $a$  kan bestemmes ved differentiation, idet  $a = \nabla f(x) = (f'_1(x), \dots, f'_n(x))$ ; mere præcist medfører differentiabilityten at disse partielle afledte eksisterer. I bedes repetere dette ved at læse eksempel 6 i kapitel 13.6.

Repetere også *differentiallet*  $df_x$  af  $f(x_1, \dots, x_n)$  side 893, og overvej at  $f$  er differentiablel præcis når funktionstilvæksten  $\Delta f(x) = f(x+h) - f(x)$  kan tilnærmes godt med  $df_x(h)$  for 'små' værdier af  $h$ . Tænk over at det er dette man har brug for i bogens eksempel 5.

**9. gang, torsdag den 16. oktober.**

- **8.15–8.35:** Her afrundes kapitel 13.6. Sigtet er at forklare sætningen side 893, hvori essensen er at man kan gå den anden vej: Hvis de partielle afledte eksisterer og er kontinuerte nær  $x$ , så er funktionen nødvendigvis differentiablel i  $x$ . Dette er et bekvemt kriterium for at funktionstilvækster kan tilnærmes med differentialer.

- **8.35–10.30:** Ved opgaveregningen belyses:

**differentialer:** Opg. 9,19 og 25 i kapitel 13.6.

**måleusikkerhed:** Opg. 37 i kapitel 13.6. Bemærk at arealet er en funktion af tre variable,  $a$ ,  $b$  og  $\theta$ .

**Begreber:** Konzeptopgave nr. 3 side 895 og 48 samt 47, i nævnte rækkefølge. Diskuter, gerne livligt (men ikke højrøstet..), sagerne i gruppen !

Endelig er der gamle opgaver, hvis I har tid til overs.

- **10.40–12.00:** Her gennemgår vi 13.7 (dog kun til midten af side 902) om partiel differentiation af funktioner af flere variable. Dette er kendt som *kædereglen*.

Med venlig hilsen  
Jon Johnsen

---

Oversigt nr. 8

---

**10. gang, tirsdag den 21. oktober.**

- **12.30–12.50:** Vi afrunder kædereglens anvendelse på *implicit differentiation*.

- **12.50–14.45:** Opgaver i

**kædereglen:** Nr. 5, 11 og 15, samt 21, i kapitel 13.7.

**implicit differentiation:** Nr. 31.

**Eksempler:** Opgave 37 og 38.

Eventuelt gamle opgaver, hvis der er tid til overs.

- **14.55–16.15:** Her gennemgås kapitel 13.8 om *retningsafledte* og gradientvektoren. Gradientvektoren  $\nabla f$  har vi mødt før; den sammenfatter de partielle afledte af  $f$  i et objekt. Men hvis man vil studere  $f$ 's ændringer i *andre* retninger end langs koordinataksene, så har man brug for såkaldte retningsafledte. Det er så en fin formel at dette for differentiable funktioner kan udtrykkes via gradienten; formlen har to gode geometriske konsekvenser, dels at gradienten peger i den retning hvor  $f$  vokser hurtigst, dels er gradienten *normalvektor* til niveaukurverne (el. -fladerne) for  $f$ .

**11. gang, torsdag den 23. oktober.**

- **8.15–8.35:** Repetition og perspektivering.
- **8.35–10.30:** Som opgaver tager vi i kapitel 13.8 nr. 7, 15, 23, 33 og 47. Regn også nr. 53 for at styrke den geometriske forståelse.
- **10.40–12.00:** Vi går her igang med kapitel 14.1 om *integration* af funktioner af (foreløbig) to variable. Ligesom ved differentialregningen er der stadig mange lighedspunkter med tilfældet med en variabel, men igen bliver det vigtigste nok at forstå forskellene — hvad vil det for eksempel overhovedet sige at integrere en funktion af flere variable ?

Som vi skal få at se kan man ved flerdimensional integration typisk udregne arealer og volumener, og vi skal gå en del længere med dette end det I kender på forhånd.

Med venlig hilsen  
Jon Johnsen



---

Oversigt nr. 9

---

**12. gang, tirsdag den 28. oktober.**

- **12.30–12.50:** Vi vil her se på eksempler med integration af funktioner på rektangler.
- **12.50–14.45:** Integration i to variable belyses gennem opgaverne 14.1.5, 13, 23, 31 og 37.

Er der tid til overs kan man se på de gamle opgaver eller prøveopgave 1–3.

- **14.55–16.15:** Her gennemgår vi afsnit 14.2 som også handler om integration af funktioner af to variable; men nu er integrationsområdet mere generelt end rektangler. Integraler over rektangler er ikke tilstrækkeligt til rumfangsbestemmelse for simple legemer som kugler o. lign. Rumfang- og integrationsbegrebet skal derfor udvides til mængder, der ligger mellem grafer af funktioner defineret over mere indviklede plane områder end rektangler. Selve integrationsopgaven (finde stamfunktioner to gange i træk) forbliver lige nem; det er ofte mere vanskeligt at finde og beskrive det plane definitionsområde som et simpelt område (med variable grænser) eller som foreningsmængde af sådanne.

**13. gang, torsdag den 30. oktober.**

- **8.15–8.35:** Lidt repetition om integration i flere variable.
- **8.35–11.15:** Her trænes først og fremmest det nye: Integration over de såkaldte *simple* områder i planen. Konkret vil vi se på opgaverne 14.2.3, 7, 15, 28 og 31.

Derudover kan I se på prøveopgaverne 4 og 5, som også illustrerer det der er gennemgået de sidste par uger. Bemærk at vi har sat ekstra tid af til opgaverne.

- **11.25–12.00:** Her mødes vi i auditoriet til opsamling af de seneste emner; emnet besluttet senere.

Med venlig hilsen  
Jon Johnsen

---

Oversigt nr. 10

---

**14. gang, tirsdag den 4. november.**

- **12.30–12.50:** Lidt perspektivering.
- **12.50–14.45:** Først *diskutereres* punkt 1+2 af konceptopgaven side 952. Dernæst fortsættes med opgaverne 14.2.17 og 33 (NB. Sidstnævnte var til diskussion ved forelæsningen den 30/11, men vi afbrød netop som vi havde fået opregnet alt det nødvendige — nu er det jeres tur!).  
Lidt mere overblik kan nås gennem opgaverne 14.2.41–44. Hensigten er at man skal vente med at bestemme stamfunktioner til integralet er reduceret mest muligt — der er flere muligheder, så diskuter i *fællesskab*.  
Endelig kan man se på opgave 14.M.3 side 1010 (hvis du kender normalfordelingens frekvensfunktion, så bemærk at det er bemærkelsesværdigt at man overhovedet kan udregne dette integral).
- **14.55–16.15:** Vi gennemgår her afsnit 14.3 i [EP], hvor det er hensigten at se nærmere på bestemmelser af volmener ved dobbeltintegration.

**15. gang, torsdag den 6. november.**

- **8.15–8.35:** Repetition om dobbeltintegraler og volumen.
- **8.35–10.30:** Opgaver: Diskuter konceptopgaven side 958 grundigt !  
Dernæst opgaverne 14.3.5, 19, 23, 27 og 29. Eventuelt gamle opgaver.
- **10.40–12.00:** Emnet er her dobbeltintegraler i *polære koordinater*, dvs. kapitel 14.4. Vi har tidligere studeret polære koordinater, og det viser sig nu at man i dobbeltintegraler kan lave en substitution (der er både forskelle fra og ligheder med det I kender om substitution ifm. funktioner af en variabel) og opskrive integralet i polære koordinater. Som vi skal få at se kan dette være en umådelig stor fordel, hvis integrationsområdet involverer cirkelbuer o.lign.  
Det vil være nyttigt, at I hjemmefra har repeteret emnet polære koordinater.

Med venlig hilsen  
Jon Johnsen

---

**Oversigt nr. 11**

---

Vi fik sidste gang bekræftet rumfangsformlen  $V = \pi a^2 h$  for en cirkulær cylinder med radius  $a$  og højde  $h$ — dette blev først gjort i rektangulære koordinater ved dobbeltintegration over den cirkelskiven. Siden så vi at det var *umådeligt* nemmere, hvis integralet over grundfladen blev transformet til *polære* koordinater. Med sidstnævnte metode fandt vi for en cirkulær kegle at  $V = \frac{1}{3} h \pi a^2$ .

Yderligere illustrerer [Eks. 14.4.1,EP] fordelene ved integration i polære koordinater. Bemærk nemlig, at allerede det første af integralerne nederst side 962 i [EP] er en variant (for  $a = 5$ ) af det integral vi kæmpede os igennem ifm. formelen  $V = \pi a^2 h$  sidste gang. De to næste integraler ville kræve yderligere anstrengelser.

**16. gang, tirsdag den 11. november.**

- **12.30–12.50:** Først lidt repetition og perspektivering fra [kap.14.4, EP].
- **12.50–14.45:** Til træning i at regne dobbeltintegraler ud vha. polære koordinater kan I se på opgaverne 14.4.3,5,9,13 og 17.  
Isvaffer er næste emne !! (Rrroolig nu, vi tager det helt matematisk...,så) I skal regne 14.4.29.
- **14.55–16.15:** Vi skal her se på lidt anvendelser af den videregående integralregning med for eksempel rumfangs- og massemidtpunktsbestemmelser. Foruden kapitel 14.5 i [EP] involverer dette også de såkaldte *kurveintegraler* beskrevet i kapitel 15.2 (til side 1022) i [EP] — angående sidstnævnte emner kan man forestille sig en stiv wire bukket i en krum facon; wirens bevægelser bestemmes først og fremmest af massemidtpunktet, men dette ligger typisk udenfor wiren pga. krumheden, og dets præcise placering kan bestemmes ved kurveintegraler.

**17. gang, torsdag den 13. november.**

- **8.15–8.35:** Lidt repetition fra sidste gang.
- **8.35–10.30:** De sidste emner belyses af opgaverne 14.5.7, 15 og 23 samt 15.2.3 (*ds* angiver integration mht. buelængden  $s$ ) og 21.  
Desuden indgår integraler i polære koordinater også i prøveopgave nr. 6.
- **10.40–12.00:** Her samler vi op omkring funktioner af flere variable (da vi i uge 48 forlader dette emne til fordel for komplekse tal). Indholdet fastlægges senere.

**NB !.** Fra den 25/11 skal vi benytte en ny bog (her betegnet [EJ]), nemlig: “Helge Elbrønd Jensen, *Matematisk Analyse I*, DTU” med tilhørende opgavesamling.

Med venlig hilsen  
Jon Johnsen

---

**Oversigt nr. 12**

---

**18. gang, tirsdag den 25. november.**

- **12.30–12.50:** Lidt repetition om kurveintegraler.
- **12.50–14.45:** Som opgaver med integration tager vi nr. 14.M.7,23 (side 1010), mens vi til kurveintegraler ser på 15.2.16+19; regn også 15.2.27 for at lære om gennemsnitafstand.  
Endelig er der også gamle opgaver, hvor især prøveopgave nr. 6 involverer kurveintegraler.
- **14.55–16.15:** Vi gennemgår afsnit 4.1–4.2 om *komplekse tal* i [EJ]. Hensigten er at beskrive komplekse tal både geometrisk og aritmetrisk. Motivationen er at eksempelvis svingningsfænomener lettere kan beskrives via komplekse tal — og i det hele taget dukker de op mange steder (når man først er fortrolig med dem) og gør overvejelser og formuleringer langt lettere.

**19. gang, torsdag den 27. november.**

- **8.15–8.35:** Repetition og perspektivering om komplekse tal.
- **8.35–10.30:** Som opgaver tager vi i [EJ] nr. 401, 403, 405, 406, 407, 411, 412 og 413.
- **10.40–12.00:** Her gennemgår vi afsnit 4.3 i [EJ], og vi skal opnå et nyt syn på rødder i polynomier. F.eks. skal vi se at  $x^2 + 1 = 0$  har to komplekse rødder, og mere generelt har ethvert polynomium af grad  $n$  præcis  $n$  rødder — selvom disse kan være komplekse er dette alligevel en særdeles bekvem information (som vi skal se senere ved differentiailligningerne).

Med venlig hilsen  
Jon Johnsen

---

**Oversigt nr. 13**

---

Jeg beklager den sene udsendelse af denne ugeseddel. Ved gennemlæsningen af kapitel 4.3 i [EJ] om komplekse polynomier, bør i fokusere på det *nye*: antallet af rødder er *lig* med polynomiets grad, polynomiers division kan laves nu ved regning med komplekse tal, andengradsligninger har nu altid to rødder, men istedet for kvadratroden af diskriminanten indgår en løsning til den *binome* ligning  $w^2 = D$ ; endelig løses  $z^n = a$  nu let ved regning med modulus og argument. Osv.

**20. gang, tirsdag den 2. december.**

- **12.30–12.50:** Repetition af kapitel 4.3 i [EJ], med hovedvægten på ligninger af formen  $z^n = a$ .
- **12.50–14.45:** Som træning tager vi opgaver i:
  - koncepterne:** Diskuter i fællesskab opgaverne 414 og 422,(a)+(b), og vær sikre på at alle i gruppen har forstået dem. Fortsæt evt. med nr. 423.
  - basal regning:** Opgave 410 og 412.
  - andengradsligninger:** Nr. 425.
  - binome ligninger:** Opgave 430 først, dernæst nr. 427.
  - polynomier:** Nr. 432.
- **14.55–16.15:** Her gør vi de komplekse tal færdige ved dels at gennemgå sætning 4.7, der giver et nyt syn på rødderne i *reelle* polynomier, dels at runde af med kapitel 4.4 om den *komplekse* eksponentialfunktion.

**21. gang, torsdag den 4. december.**

- **8.15–8.35:** Lidt repetition og perspektivering om komplekse tal.
- **8.35–10.30:** Her regner vi opgaverne 434, 436 (a)+(b) (uden Mapleprogrammet), 437, 438 (*vink*: antag det modsatte, og brug at 0 er det eneste tal med modulus 0), 439 (1. del) og 441.  
Eventuelt gamle opgaver.
- **10.40–12.00:** Her begynder vi på kursets sidste emne, *differentialligninger*, og vi lægger ud med afsnit 1.3 i [EJ] om lineære differentialligninger af første orden. (Senere gennemgår vi 5.3–5.4.)

Med venlig hilsen  
Jon Johnsen

---

**Oversigt nr. 14**

---

Vedrørende eksamen kan man finde pensum på nettet:

[http://www.but.auc.dk/stud\\_info/eksamen/...  
pensum2003\\_2004/pensum\\_mat1a\\_e03.html](http://www.but.auc.dk/stud_info/eksamen/...pensum2003_2004/pensum_mat1a_e03.html)

**22. gang, tirsdag den 9. december.**

- **12.30–12.50:** Repetition og perspektivering.
- **12.50–14.45:** Som opgaver i differentialligninger ser vi på nr. 109–112 i [EJ].  
Dernæst må i træne yderligere i komplekse tal ved at regne gamle opgaver og prøveopgave nr.7.
- **14.55–16.15:** Vi fortsætter med differentialligningerne, nu med andenordens tilfældet efter kapitel 5.1–5.2 i [EJ].

**23. gang, torsdag den 11. december.**

- **8.15–8.35:** Repetition mv.
- **8.35–10.30:** Opgaverne 503–508.  
Lidt andre aspekter belyses ved at se på *begyndelsesværdiproblemerne* i opgave 509. Regn også denne !
- **10.40–12.00:** Her gennemgås afsnit 5.3 i [EJ] om *inhomogene* andenordens differentialligninger med konstante koefficienter.

Med venlig hilsen  
Jon Johnsen

---

Oversigt nr. 15

---

**24. gang, tirsdag den 16. december.**

- **12.30–12.50:** Lidt repetition og mere om de såkaldte *lineære operatorer*.
- **12.50–14.45:** Ved opgave regningen belyses:

**eksistens- og entydighedssætningen** via opgave 501–502. Diskuter dem grundigt så alle i gruppen er enige i konklusionerne.

**linearitet** i opgave 510.

**dobbeltrodstilfældet** i nr. H88,(1)–(3), på side 99–100 i opgavehæftet.

**inhomogene ligninger** ved *gættemetoden* i opgave 512, 513 og 514.

Bemærk at man til inhomogene ligninger skal benytte sætning 5.4 (2), og derfor *gætte* en enkelt (også kaldet partikulær) løsning — dette gøres ved for eksempel i opgave 513 at ansætte  $x(t) = a + bt + ct^2 + dt^3$  og så bestemme  $a, \dots, d$  ved at indsætte i differentialligningen (mere generelt gættes på en funktion, der ligner højresiden i differentialligningen).

- **14.55–16.15:** Her gennemgås resten af kapitel 5.3 i [EJ] og vi fortsætter med 5.4 om de inhomogene ligninger.

**25. gang, torsdag den 18. december.** Dette er kursets sidste gang, og vi har allerede talt om aktiviteterne ved MR1. Derfor bruger vi tiden til at runde kurset af; det er nok bedst at jeg lægger ud med dette og vi så dernæst udelukkende regner opgaver.

Bemærk derfor tidsplanen nedenfor.

- **8.15–9.00:** Her rundes kapitel 5 i [EJ] af, blandt andet med en gennemgang af appendix H om Wronskideterminanter, som et alternativ til gættemetoden. En kort oversigt over kurset gives også.
- **9.00–12.00:** Til denne afsluttende opgaveregning er vi, som normalt, bistået af hjælpelærerne i to timer, her ca. 9.30–11.30.

Vi træner i inhomogene ligninger via opgaverne 519 (*vink*: superpositionsprincippet), 539 og 541 (NB. I 541 er funktionen på højresiden  $\cosh t = \frac{1}{2}(e^t + e^{-t})$  (kaldet hyperbolsk cosinus), og det er bekvemt bare at bruge dette udtryk.)

Endelig belyses differentialligningerne også i prøveopgave nr. 8. Og desuden kan vi se på prøveopgave A. De er begge tilgængelige på min webside.

Med venlig hilsen  
Jon Johnsen

---

**Oversigt nr. 1**

---

I *Matematisk regne- og fremlæggelsesteknik 1* (MR1) vil det være bekvemt at tage udgangspunkt i studieordningens ord om:

**Indhold:** Funktioner af 2 og 3 variable, integraler heraf og differentiaalligninger.

**Formål:** At udvikle de studerendes problemløsningsfærdigheder via eksempler fra matematisk analyse og at formidle løsninger skriftligt og mundtligt.

Som det fremgår har vi brug for nogle eksempler, og her vil jeg foreslå at vi bruger prøveopgaverne 3–8 og A !

Til den skriftlige formidling kan vi nøjes med at lade jer aflevere en besvarelse af to af disse opgaver (som meddeles senere). Ellers udnytter vi tiden til at træne jer i problemløsning og mundtlig fremstilling efter følgende program:

Vi ser på prøveopgaverne i følgende rækkefølge: Nr. 4 og A om formiddagen den 5/1, nr. 7–8 den 5/1 eftm.; nr. 5–6 den 6/1 form., nr 3–2 den 6/1 eftm.

NB ! Onsdag den 7/1 om formiddagen er der ingen 'øremærkede' opgaver, men vi bruger tiden dels til opsamling af de spørgsmål I stadig måtte have, dels til at I gruppevist udarbejder og afleverer en skriftlig besvarelse af to prøveopgaver, jeg vælger senere. Vi mødes i auditorium 4 klokken 8.15.

Både mandag og tirsdag organiserer vi os således:

**Om formiddagen:.**

- **8.15-8.45:** Oplæg fra mig i auditorium 4 om teoridelen af prøveopgaverne.
- **8.45–12.00:** I grupperne diskuterer I først hvilke dele af teorien, det vil være godt at fremføre til det givne spørgsmål (og hvilke man f.eks. af tidsmæssige grunde helt bør afstå fra at komme ind på).

Dernæst skiftes I til at gennemgå den pågældende opgave for hinanden ved grupperummene tavler — hjælpelærerne og jeg kommer rundt og hører på, og I skal også lytte aktivt (!) og komme med kritik af hinandens præsentationer.

**Om eftermiddagen:.**

- **12.30–15.30:** Her arbejdes i grupperummene efter samme recept som ovenfor.
- **15.30–16.00:** Afrunding i auditoriet af fælles problemer med emnerne.

Som nævnt består MR1 ved aflevering af en skriftlig opgavebesvarelse (af to opgaver) per gruppe; denne skal underskrives af alle gruppemedlemmer. Godkendelse forudsætter at 3/5 er udfærdiget korrekt (jvf. studieordningen).

Med venlig hilsen  
Jon Johnsen