Oversigt nr. 1

Lærebogen for kurset er

[BM] Mål- og integralteori, af Christian Berg og Tage Gutmann Madsen, Københavns Universitet, 2001.

Den skulle være klar i boghandlen, men kan også tilgås via nettet:

`http://www.math.ku.dk/uddannelser/noter/`

Jeg regner med at vi gennemgår bogen i sin helhed, idet den ret nøjagtigt dækker kursets indhold. Bogen giver en lettilgængelig indføring i et centralt område af den moderne matematik, nemlig integrationsteorien.

Det kunne måske være nyttigt at give en meget kortfattet beskrivelse af, hvad det hele går ud på: Hvis $f\colon X \to \mathbb{R}$ er en funktion fra en *vilkårlig* mængde, og hvis f er *simpel*, dvs. kun antager endeligt mange værdier $\{y_1, \dots, y_n\}$, så er essensen af Lebesgues integralbegreb at vi tilskriver f følgende integral,

$$\int_X f\,dx = y_1 \cdot m(F_1) + y_2 \cdot m(F_2) + \cdots + y_n \cdot m(F_n). \tag{1}$$

Herved er $F_j \subset X$ den delmængde hvori f antager værdien y_j, og $m(F_j)$ skal læses som størrelsen ("målet") af F_j.

På den ene side er dette både naturligt og bemærkelsesværdigt, fordi mængden X kan være vilkårlig (og ikke er en delmængde af hverken $\mathbb{R}$ eller $\mathbb{R}^n$).

På den anden side er det klart at man må give en præcis mening til *målet* $m(F_j)$. Det vil vi gøre en gang for alle i kursets begyndelse, og som I vil få at se er hele det resulterende integralbegreb en konstruktion, som er meget *slagkraftig*. Dette skyldes ganske enkelt at sætningerne er nemmere at bruge i 'praksis'.

Størstedelen af landvindingerne i den matematiske analyse og sandsynlighedsregningen i det 20. århundrede har på afgørende måde været baseret på Lebesgues integralbegreb, som I altså nu skal møde. Men mere om anvendelserne senere.

En tentativ lektionsplan findes på næste side.

Første gang, onsdag den 1. februar. Vi mødes kl. 8.15 i aud. G5–109 og drøfter organiseringen af kurset.

Siden jeg vil gennemgå kapitel 1 og lidt af kapitel 2 i [BM].

Og I får tid til at regne opgaverne 0.5-0.10 til kapitel 0.

Næste gang ser vi på dem til kapitel 1.

Med venlig hilsen
Jon Johnsen

Oversigt nr. 2

(Nedenstående datoer og emner er opdaterede pér 1. februar.)

Uge	Dato	Seance	Emner
5	1/2	1	kapitel 0+1: Den udvidede reelle akse; summer.
			Målelige mængder; σ-algebra.
	3/2	2	kapitel 2+3: Målelige afbildninger og mål. “Næsten overalt”.
6	7/2	3	kapitel 4: Integral af positive målelige funktioner.
	9/2	4	kapitel 4: Integral af reelle og komplekse funktioner.
9	28/2	5	kapitel 4: Majorantsætningen. Afledte målrum.
			Integral med reel parameter.
10	6/3	6	kapitel 5: Lebeguemålets entydighed. Lokal integrabilitet.
			Radonmål.
11	13/3	7	kapitel 5: Invarians. Målforhold. Transformationssætningen.
			Cantors mængde.
12	20/3	8	kapitel 5: Konstruktion af Lebesguemålet på aksen (appendix).
	23/3	9	kapitel 6: Produktmål. Tonelli og Fubinis sætninger.
13	27/3	10	kapitel 6: Anvendelser af Fubinis sætning.
16	17/4	11	kapitel 7: Lebesguerummene L_p og fuldstændighed.
17	24/4	12	kapitel 7: L_∞. Tæthed af $C_c(\mathbb{R}^k)$ for $1 \leq p < \infty$.
18	1/5	13	kapitel 8: Fouriertransformationen og Schwartzrummet.
19	8/5	14	kapitel 8: Foldning på $\mathbb{R}^k$.
20	15/5	15	kapitel 8: Fourier-Plancherels transformation.

Ændringer kan naturligvis forekomme undervejs.

Med venlig hilsen
Jon Johnsen

Oversigt nr. 3

I dag fik vi gennemgået det vigtigste af kapitel 0 og hele kapitel 1 samt begrebet mål fra kapitel 3. Lad mig fremhæve vores notation $\mathbb{I}_k$ for systemet af alle standardintervaller i $\mathbb{R}^k$. Desuden bedes I bemærke

- Sætning 1.2 om at der til hvert system af delmængder $\mathbb{D} \subset X$ findes en mindste σ-algebra, kaldet $\sigma(\mathbb{D})$, indeholdende $\mathbb{D}$. NB ! $\sigma(\mathbb{D})$ kaldes σ-algebraen *frembragt* af $\mathbb{D}$; omvendt siges $\mathbb{D}$ at være et *frembringersystem* for denne algebra.
- $\mathbb{B}_k = \sigma(\mathbb{I}_k)$ (de facto udledt i teksten side 21 øverst).
- *Hvis $\mathbb{E}_i$ er en σ-algebra i en mængde X for hvert $i \in I$, da er også $\bigcap_{i\in I} \mathbb{E}_i$ en σ-algebra i X.*

Påstanden om fællesmængden så vi (i en anden notation) undervejs i beviset for sætning 1.2.

2. gang, fredag den 3. februar. Vi gennemgår kapitel 2 om målelige afbildninger og resten af kapitel 3 om mål.

Regn opgaver om:

σ-algebraer 1.1, 1.4, 1.5

Frembringersystemer: 1.2, 1.3, 1.7

Den udvidede akse $\overline{\mathbb{R}}$: 1.6 (se nedenfor)

Borelalgebraer: 1.7, 1.8

Vedr. opgave 1.6, så kan det være nyttigt at metrikken

$$d(x,y) = |\arctan x - \arctan y| \tag{2}$$

giver de samme åbne mængder på $\mathbb{R}$ som den sædvanlige metrik. (For at se dette er det nok at vise de to metrikker har de samme lukkede mængder; men pga. kontinuiteten af $\tan$ og $\arctan$ følger dette af at $x_n \to x$ mht. $d(x,y)$ hvis og kun hvis der er konvergens i vanlig metrik.)

Med venlig hilsen
Jon Johnsen

Oversigt nr. 4

I dag fik vi gennemgået resten af kapitel 3 om begrebet mål (pånær Eks. C). Dog er emnet "næsten overalt" bedst egnet til selvstudium: Som det gerne skulle fremgå af kapitel 3.2 (og kursets fortsættelse) er begrebet *nulmængder* til for at holde regnskab med at ting "går galt" i kun "ubetydelige" mængder.

I afsnit 2.1 og 2.2 fik vi gennemgået det meste; læs selv om funktioner med komplekse værdier. (Groft sagt bruger man blot det reelle tilfælde på real- og imaginærdelene hver for sig; fsv. angår måleligheden er dette tilladeligt pga. sætning 2.2 med $k = 2$.)

3. gang, tirsdag den 7. februar. Fra 8.15 gennemgås resten af kapitel 2 (dvs. 2.3, 2.4). Desuden tager vi hul på kapitel 4.1 om Lebesgues integralbegreb.

Opgaverne vedrører

Målelighed: Afklar hvorvidt polynomier $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ og $\exp$ samt $\sin$ er *målelige*, dvs. Borel-funktioner. Er en potensrække $\sum_{n=0}^{\infty} a_n(z - z_0)^n$, betragtet som en kompleks funktion på sin konvergenscirkel, målelig ?

Dernæst regnes 2.3 (nem).

Den udvidede akse $\overline{\mathbb{R}}$: Regn opgave 1.6. *Vink:* Det kan være nyttigt at metrikken

$$d(x, y) = |\arctan x - \arctan y| \tag{3}$$

giver de samme åbne mængder på $\mathbb{R}$ som den sædvanlige metrik. (For at se dette er det nok at vise de to metrikker har de samme lukkede mængder; men pga. kontinuiteten af $\tan$ og $\arctan$ følger dette af at $x_n \to x$ mht. $d(x, y)$ hvis og kun hvis der er konvergens i vanlig metrik.)

Indikatorfunktioner: Lav 2.1 (brug sætning 2.3!).

Aksiomerne for mål: belyses via opgave 3.4; her er m Lebesguemålet, som vi pt. accepterer eksistensen af (ad 2°: Man kan lade $J = \mathbb{R}$).

Med venlig hilsen
Jon Johnsen

Oversigt nr. 5

Vi fik idag gennemgået resten af kapitel 2, og vi har dermed gjort til og med kapitel 3 færdigt.

4. gang, torsdag den 9. februar. Her vil vi udlede eksistensen af et integral $\int_X f\,d\mu$ for enhver positiv $\mathbb{E}$-målelig funktion f; mængden af disse betegnes $\mathcal{M}^+(\mathcal{X},\mathbb{E})$. Vi stiler mod at gennemgå Lebegue's monotonisætning med bevis, gerne til og med side 4.7.

Desuden er der opgaver i:

faldgruber: Gennemsku opgave 2.5 (nem).

målelighed: Opgave 2.6 — resultatet er vel egentlig overraskende !? (Man kan søge inspiration i eksempel 2.15 og sætning 0.1.)

frembringersystemer: Eftervis de vigtige resultater i opgave 2.7 (jvf. opgaven sidste gang om at en holomorf funktion er Borelmålelig på dens konvergenscirkel(-skive)).

Er sidste del af opgave 1.6 en følge heraf ?

mål: opgave 3.3 (nem).

aksiomerne for mål: belyses gennem opgave 3.4; her er m Lebesguemålet, som vi pt. accepterer eksistensen af (ad 2°: Man kan lade $J = \mathbb{R}$).

næsten overalt: opgave 3.12.

Med venlig hilsen
Jon Johnsen

Oversigt nr. 6

Den 4. gang nåede vi til og med Lebesgues monotonisætning, med små ting overladt til jer selv at læse.

Overvej f.eks. hjemmefra bogens påstand side 4.1 at $f+g$ og cf er $\mathbb{E}$-målelige for alle f, $g \in \mathcal{M}^+$, $c \in [0,\infty]$. Overvej også at $f - s \in \mathcal{M}^+$ fire linier under formel (iv) side 4.3. (Igen er Eksempel 2.15 et af de mulige hjælpemidler.)

5. gang, tirsdag den 28. februar. Her vil målet være at gøre kapitel 4 færdigt; jævnfør lektionsplanen. Dog nedprioriteres 4.4–4.6 (om diverse afledte målrum) i første omgang.

Dernæst laver vi opgaver i

faldgruber: Opgave 4.3.

monotonisætningen: Regn 4.4. (*Vink:* Læs integration af f over $]1,n]$ som integration af $f1_{]1,n]}$ over $\mathbb{R}$.)

almen træning: 4.6–9.

modeksempler: Lav opgave 4.12 (nem!).

μ-**næsten overalt:** Vis at aksiomerne for mål har "indbygget" den naturlige svækkelse i opgave 3.10.

Regn gamle opgaver, hvis der er tid til overs.

Med venlig hilsen
Jon Johnsen

Oversigt nr. 7

Sidste gang fik vi klaret hovedtilfældet i beviset for Lebesgues majorantsætning.

6. gang, tirsdag den 6. marts. Majorantsætningens bevis færdiggøres (punkt 3°). Vi gennemgår også 4.4 om integration over delrum samt 4.7 om integral som funktion af parameter.

Integration af rækker: Lav 4.8 og 4.9 (ej svære).

Integral med parameter: Regn opgave 4.41.

Integrabilitet: Gennemsku 4.14!

Majorantsætningen: Regn 4.19 (illustrerer forudsætningerne) og 4.23.

Med venlig hilsen
Jon Johnsen

Oversigt nr. 8

7. gang, tirsdag den 13. marts. Vi fortsætter her med 4.5 om billedmål, og lidt om tællemål i 4.6, samt med kapitel 5.1, hvor vil vise entydigheden af Lebesguemålet på $\mathbb{R}^k$.

For at øve tingene regnes opgaver i

Integration over delmængder: Regn 4.29.

Anvendelse: 4.42 om gammafunktionen, en 'glat' udgave af $n!$. (*Vink:* Man kan dele op i 2 integraler ved at indskyde $t = 1$.)

Integrabilitet: Lav 4.22 (nyttig!).

Gamle opgaver, hvis der er tid til overs.

Med venlig hilsen
Jon Johnsen

Oversigt nr. 9

Vi fik 7. gang gennemgået kapitel 4.5 og 5.1 pånær beviset for entydighedssætningen for mål. Det bliver overladt til jer selv at læse i 4.6 om standardeksemplet med behandling af summer via integration mht. tællemålet τ

$$\sum_{j\in J} a_j = \int_J a_j \, d\tau. \tag{4}$$

Bemærk at dette er en sætning når alle $a_j \geq 0$, hvorimod det er en *definition* når $a_j \in \mathbb{C}$. Man skriver $\ell(J)$ i stedet for $\mathcal{L}(\mathcal{J}, \mathbb{P}(\mathcal{J}), \tau)$; for $J = \mathbb{N}$ har man *følgerummet* $\ell = \ell(\mathbb{N})$, som består af alle absolut konvergente talfølger (overvej!).

8. gang, fredag den 16. marts. Vi beviser her entydighedssætningen for mål (i afsnit 5.1) og forsætter med afsnit 5.2 (gensyn med stamfunktioner), lidt om Radon mål fra 5.3; forhåbentlig når vi også afsnit 5.4.

Regneøvelserne fokuserer på:

Billedmål: Lav 4.35 (nem).

σ-klasser: Regn 5.6(nem) og 5.7.

Integral over delmængder: Regn 4.31 for den simplere delfølge med $n = 2^p$, $p \to \infty$. (Monotonisætningen!)

Lokalt integrable funktioner: Lav 5.8 (bruges ofte).

Lebesguemålets eksistens (følgeton): Begynd med opgave 5.1.

Med venlig hilsen
Jon Johnsen

Oversigt nr. 10

Idag gennemgik vi som lovet til og med afsnit 5.4 (kun definitionen af Borel- og Radonmål blev nævnt fra 5.3). Dog blev det overladt til jer selv at læse beviset for sætning 5.17 om Lebesguemålets flytningsinvarians.

Som lovet ifm. denne sætning gives her et bekvemt argument for at

> *enhver* isometri $T\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ er *affin*, endda af formen $T(x) = Ox+a$ for $a \in \mathbb{R}^k$ og en ortogonal matrix O (dvs. $O^{\mathrm{t}} = O^{-1}$):

Pér definition opfylder en isometri T at

$$\|T(x) - T(y)\| = \|x-y\| \quad \text{for alle} \quad x,y \in \mathbb{R}^n. \tag{5}$$

Man kan gerne antage $T(0) = 0$, for $T - T(0)$ er også en isometri, så det rækker at vise den har formen Ox. For $y = 0$ ses så at T er normbevarende, $\|T(x)\| = \|x\|$. Fordi normen udspringer af det indre produkt, dvs. $\|x\|^2 = (\, x \mid x \,)$, ses at

$$\|x-y\|^2 = \|x\|^2 + \|y\|^2 - 2(\, x \mid y \,) \tag{6}$$

og da man i alle normerne kan erstatte x med $T(x)$, og y med $T(y)$, uden at ændre værdien, fås

$$(\, T(x) \mid T(y) \,) = (\, x \mid y \,) \quad \text{for alle} \quad x,y \in \mathbb{R}^n. \tag{7}$$

T er derfor skalarproduktbevarende, og for den naturlige basis $(e_1, \dots, e_n)$ gælder så at $(\, T(e_j) \mid T(e_k) \,) = \delta_{jk}$, hvorfor også $(T(e_1), \dots, T(e_n))$ er en ortonormal basis for $\mathbb{R}^n$. Derfor er $T(x) = \sum \lambda_j T(e_j)$ for visse λ_j, og ved at tage indre produkt med $T(e_k)$ ses heraf at $\lambda_k(x) = (\, T(x) \mid T(e_k) \,)$; derfor er

$$T(x) = \sum_{j=1,\dots,n} (\, T(x) \mid T(e_j) \,) T(e_j) = \sum_{j=1,\dots,n} (\, x \mid e_j \,) T(e_j). \tag{8}$$

Sidste udtryk afhænger lineært af x, følgelig er $T(x) = Ox$ for en $n \times n$-matrix O. Nu medfører (7) at $O^{\mathrm{t}}Ox = x$, hvoraf $O^{\mathrm{t}} = O^{-1}$ følger som ønsket.

9. gang, tirsdag den 20. marts. Vi begynder med 5.5 om målforhold; dernæst nogle hovedeksempler fra 5.6, især Cantors mængde. Dernæst tager vi hul på kapitel 6, hvor vi først skal diskutere emnet *produktmål*.

Til dagens øvelser beskæftiger vi os med følgende emner:

- **Lokal integrabilitet:** Lav 5.13 (nem) og så 5.9+10 (bruges ofte).

  For hvilke $a > 0$ er funktionen $\frac{1}{x(\log x)^a}$ (hvor $x > 2$) integrabel i ∞ ? *Vink:* En stamfunktion kan opskrives ! Bemærk dog at $a = 1$ er et særtilfælde, med en anderledes stamfunktion.

- **Invarians:** Gennemsku 5.22 !
- **Modeksempler:** Regn 5.14.
- **Følgeton om Lebesgue-målets eksistens:** Regn 5.1+2 som en start. Læg hovedvægten på $k = 1$!

Med venlig hilsen
Jon Johnsen

Oversigt nr. 11

Jacobis transformationsformel i afsnit 5.7 har vi bevist for *lineære* transformationer, i kraft af sætning 5.18 (kan ses direkte). Et alment bevis baseret på de gennemgåede dele af teorien findes i afsnit 5.3 af D. W. Stroock: *A concise introduction to the theory of integration* (Birkhäuser 1999).

Vi tager afsnit 5.8 om Lebesgue-målelighed kursorisk; afsnittet bør i hvert fald læses af folk med interesser i matematisk analyse.

Afsnit 5.9 bliver også kursorisk, omend det (heller) ikke er uvæsentligt. Blandt andet godtgør overførslen af Lebesguemålet til et vilkårligt euklidisk rum (som jo kunne være $\mathbb{R}^k$ med en anden ortonormal basis end den kanoniske) at Lebesguemålet m_k i $\mathbb{R}^k$ *ikke* er knyttet til koordinatakserne, som man måske kunne tro fordi v_k er det.

10.gang, torsdag den 12. april. Vi gennemgår kapitel 6 om *produktmål* til og med bevis for Fubinis sætning. NB! Dette er en stor mundfuld, så I opfordres til at orientere jer på siderne 123–133 inden forelæsningen !

Blandt opgaverne ser vi på:

Målforhold: Som opvarmning regnes 5.23. *Vink:* kugler er rotationsinvariante !

Transformationssætningen (5.26): Regn 5.24.

Cantor–Lebesgues funktion: Regn 5.28. (Det vigtigste er at gennemskue trialbrøksudviklingen.)

Følgeton om Lebesguemålet: Begynd på 5.3. *Vink:* Punkt (iii) kan eftervises ved at indsætte $E \cup F$ i formlen for $\alpha(A)$ og bruge formlen igen på leddet $\alpha(A \cap (E \cup F))$.

Med venlig hilsen
Jon Johnsen

Oversigt nr. 12

Sidste gang fik vi i detaljer gennemgået hele konstruktionen af produktmålet. I forbindelse med Tonellis sætning dækker dette også tilfældet med en indikatorfunktion; hvorfra man udleder tilfældet med simple funktioner, og endelig dækker almene $f \in \mathcal{M}^+$ ved at bruge monotonisætningen. Spørg hvis dette giver vanskeligheder.

11. gang, tirsdag den 17. april. Vi gør kapitel 6 færdigt ved at bevise Fubinis sætning og gennemgå et par eksempler. Dernæst kapitel 7.1–7.3 om funktionsrummene $L_p(X, \mathbb{E}, \mu)$ for $1 \leq p < \infty$ og Hölders og Minkowskis uligheder.

Desuden er der opgaver i:

Produkt-σ-algebraer: Lav 6.2(let) og 6.3.

Tonelli: 6.14 (om areal mv.) og 6.19 (om nødvendigheden af σ-endelighed).

Volumen: 6.26.

Følgeton om Lebesguemålet: Regn resten af 5.3 (Den tællelige forening er hovedpunktet, resten kan fås deraf!) og begynd på 5.4 (ikke så svær som 5.3, desuden skulle I nu kunne ane, hvordan eksistensen opnås).

Med venlig hilsen
Jon Johnsen

Oversigt nr. 13

Sidste gang nåede vi at formulere Hölders ulighed. I bedes repetere til næste gang, at e^x er en konveks funktion.

12. gang, tirsdag den 24. april. Først gennemgås Eksempel 6.18 og 6.24 (inklusive et resume af resultaterne side 140). Dernæst gennemgås en række hoveresultater i teorien:

- Hölders og Minkowskis uligheder (kapitel 7.3)
- Fuldstændigheden af L_l-rummene (kapitel 7.4)
- Tilfældet $p = \infty$ (kapitel 7.5)

I øvelserne begynder vi med

Tonelli/Fubini: Lav 6.22 og 6.23.

Delvis integration: Eftervis følgende:

Hvis $f, g \in \mathcal{L}([a,b])$, så gælder om vilkårlige stamfunktioner $F(x) = F(a) + \int_a^x f(t)\,dt$ og $G(x) = G(a) + \int_a^x g(t)\,dt$ at

$$\int_a^b f(x)G(x)\,dx = [F(x)G(x)]_{x=a}^{x=b} - \int_a^b F(x)g(x)\,dx \tag{9}$$

Vink: Brug Fubinis sætning til at integrere $f(x)g(y)$ over trekanten af de (x,y) hvor $a \leq x \leq b$ og $a \leq y \leq x$. (**Tegn trekanten !** og brug indikatorfunktionen for denne.)

Produktmål: Regn 6.28 (brug π_1, π_2 side 123)—og bemærk, at vi derved får ført sætning 6.9 over til *delmængder* af $\mathbb{R}^k$.

Om L_p: Regn opg. 7.16.

Følgeton om Lebesguemålet: Regn resten af 5.4+5.5 (overkommeligt nu).

13. gang, tirsdag den 1. maj. Her gennemgår vi kapitel 7.4–6 og 8.1 samt lidt af 8.2.

Som opgaver tager vi 7.16, 7.12 og 7.15 (brug Hölder) samt 7.10.

Med venlig hilsen
Jon Johnsen

Oversigt nr. 14

14. gang, tirsdag den 8. maj. Her gennemgås kapitel 8.1 og 8.2 samt en god bid af 8.3 om den moderne Fourierteori—integrationsteoriens hovedanvendelse.

Emnerne til opgaverne er :

Om L_∞: Regn 7.20 for at se endnu en begrundelse for navnet L_∞.

Fouriertransformationen: Regn 8.1 og 8.2.

Leibniz' regel: Lav 8.3.

Tæthed af C_c: Indse at når $F \subset \mathbb{R}^n$ er lukket så gælder der om afstanden til F, dvs. $d(x, F) = \inf\{ \|x - z\| \mid z \in F \}$, at

- $d(x, F) = 0$ netop når $x \in F$;
- Funktionen $x \mapsto d(x, K)$ er Lipschitz-kontinuert med konstant 1, dvs. at $|d(x, K) - d(y, K)| \leq d(x, y)$.

Verificer påstanden i Bemærkning 5.9 om Radonmål, at (i) $\implies$ (ii) for $X = \mathbb{R}^k$. (Jvf. beviset for sætning 7.28.) *Vink:* Klart at $\mu(B) \geq \sup_K \mu(K)$. Lad så $\mathbb{D}$ betegne systemet af Borel mængder B for hvilke, der gælder lighed. Vis at $\mathbb{D}$ indeholder de åbne mængder $\mathcal{G}$, og at $\mathbb{D}$ er en σ-klasse.

15. gang, tirsdag 15. maj. Her gennemgår vi fra kl. 8.15 Fouriertransformationen på L_2 fra kapitel 8.4, frem mod sætning 8.22 om Parsevals ligninger.

Bemærk at vi af tidnød forbigår afsnit 8.3 om foldning. Vi nøjes med at gennemgå det vi skal bruge i 8.4 om dette emne.

Som opgaver ser vi på 8.4 og 8.10.

NB ! Husk vi har eksamen onsdag den 20 juni !

Med venlig hilsen
Jon Johnsen

Oversigt nr. 15

Pensum og eksamen.

Pensum er det gennemgåede notesæt af C. Berg og T. Gutmann Madsen "Mål- og integralteori". Dog er afsnittene 5.3, 5.8–9, 6.5 til og med side 139, 8.3 og appendikset kursoriske.

Til den mundtlige eksamen den 20. juni kan man trække et af følgende spørgsmål:

(1) Lebesgueintegral og integrabilitet.

(2) Entydighedssætningen for mål.

(3) Invarians af Lebesguemålet; målforhold.

(4) Produktmål.

(5) Tonellis og Fubinis sætninger.

(6) Hölders og Minkowskis uligheder.

(7) Lebesguerummene L_p og deres fuldstændighed.

(8) Fouriertransformationen på $\mathbb{R}^k$.

(9) Parsevals ligning.

Man forventes selv at tale ca. 25 minutter om det trukne emne. Der er 30 minutters forberedelsestid til hver eksaminand.

Naturligvis kan der også forekomme supplerende spørgsmål i kursets hovedpunkter.

Med venlig hilsen
Jon Johnsen