DMat-02

Et **udsagn** (proposition) er en tekst, der enten er **sand** (T) eller **falsk** (F).

$p, q, r, \ldots$ bruges til betegne en udsagnsvariabel, et udsagn eller et sammensat (compound) udsagn.

Et **sammensat udsagn** er opbygget fra andre udsagn ved hjælp **logiske konnektiver**, som f.eks. $\neg$, $\wedge$, $\vee$, $\oplus$, $\rightarrow$ og $\leftrightarrow$, der kan defineres ved **sandhedstabeller**:

p	$\neg p$ (ikke p)
T	F
F	T

p	q	p og q $p \wedge q$	p eller q $p \vee q$	$p \oplus q$	hvis p så q $p \rightarrow q$	p hvis og kun hvis q $p \leftrightarrow q$
T	T	T	T	F	T	T
T	F	F	T	T	F	F
F	T	F	T	T	T	F
F	F	F	F	F	T	T

I udsagnet $p \rightarrow q$ kaldes p **hypotesen** og q kaldes **konklusionen**.

De ovenstående udsagn er udtryk ved to variable, p og q. Der er 2^2 kombinationer af sandhedsværdier for de to variable. Sandhedstabellen har altså 2^2 rækker.
Sandhedstabellen for et sammensat udsagn med n variable har 2^n rækker.

Konnektiverne evalueres i følgende rækkefølge:

$\neg$, $(\wedge, \vee)$, $(\rightarrow, \leftrightarrow)$.

Hvis evalueringen ønskes foretaget i en anden rækkefølge skal der benyttes parenteser.

Sæt også parenteser hvis du er i tvivl.

Et sammensat udsagn hvori der indgår et antal variable
siges at være en **tautologi**
hvis det er sandt for alle sandhedsværdier af de variable.
(Sandhedstabellen for udsagnet har altså T i alle rækker.)

To sammensatte udsagn p og q siges at være **ækvivalente**,
skrives $p \equiv q$ (eller $p \Leftrightarrow q$),
hvis $p \leftrightarrow q$ er en tautologi.
(Sandhedstabellerne for to udsagn er altså ens.)

Eksempler på ækvivalente udsagn:

- $\neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$ (de Morgans lov)

- $\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q$ (de Morgans lov)
- $p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$ (distributiv lov)
- $p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$ (distributiv lov)
- $(p \leftrightarrow q) \equiv \neg(p \oplus q)$
- $(p \oplus q) \equiv (p \vee q) \wedge \neg(p \wedge q)$
- $p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$