

DMat-12

5.3: Strukturel induktion.

S : en rekursivt defineret mængde.

$P(x)$: et åbent udsagn, $x \in S$.

For at bevise at $P(x)$ er sand for alle $x \in S$ skal vi:

Basisskridt: bevise at $P(x)$ er sand for ethvert x indført i basis-skridtet af definitionen af S

Rekursionsskridt: bevise at hvis x er konstrueret fra x_1, \dots, x_ℓ i rekursionsskridtet af definitionen af S og hvis $P(x_1), \dots, P(x_\ell)$ er sande så er $P(x)$ sand.

5.4: Rekursive algoritmer.

Algoritme 4:

Rekursiv modulær eksponentiering

Side 355

```
procedure mpower ( $b, n, m$ : heltal hvor  $b > 0$ ,  $n \geq 0$ ,  $m \geq 2$ )
if  $n = 0$  then
    return 1
else
    if  $n$  er lige then
        return mpower( $b, \frac{n}{2}, m$ )2 mod  $m$ 
    else
        return (mpower( $b, \frac{n-1}{2}, m$ )2 mod  $m$ )  $\cdot b$  mod  $m$ 
{ outputtet er  $b^n$  mod  $m$ }
```

```
procedure mergesort( $L = a_1, \dots, a_n$  liste af tal)
if  $n > 1$  then
     $m := \lfloor \frac{n}{2} \rfloor$ 
     $L_1 := a_1, \dots, a_m$ 
     $L_2 := a_{m+1}, \dots, a_n$ 
     $L := \text{merge}(\text{mergesort}(L_1), \text{mergesort}(L_2))$ 
```

Merge sort har tidskompleksitet $O(n \log n)$.

Bubble sort har tidskompleksitet $O(n^2)$.

Merge sort er altså betydeligt hurtigere end Bubble sort (når n er stor).