DMat-03

Et prædikat er en påstand, der involverer én eller flere variable og en egenskab for disse variable. Når variablene tildeles værdier får prædikatet en sandhedsværdi.
Variable antager værdier i en grundmængde.

Et prædikat skrives f.eks. : $P(x)$, $Q(x, y)$, $\ldots$.

Alkvantor: $\forall x P(x)$ er et udsagn som er sandt hvis $P(c)$ er sandt for ethvert element c. Det er falsk hvis der findes c så $P(c)$ er falsk.

Eksistenskvantor: $\exists x P(x)$ er et udsagn som er sandt hvis der findes et element c i grundmængden så $P(c)$ er sand. Det er falsk hvis $P(c)$ er falsk for alle c.

De Morgans love for kvantorer giver ækvivalenser i udsagn der involverer negation:

$$\neg\exists x P(x) \quad \equiv \quad \forall x \neg P(x)$$

$$\neg\forall x P(x) \quad \equiv \quad \exists x \neg P(x)$$

“**Definition.**” En mængde er en samling af objekter.

Lad A og B være mængder.

A og B er samme mængde, skrives $A = B$, hvis og kun hvis

$$\forall x (x \in A \leftrightarrow x \in B).$$

A siges at være delmængde af B, skrives $A \subseteq B$, hvis og kun hvis

$$\forall x (x \in A \to x \in B).$$

A er ægte delmængde af B , skrives $A \subset B$, hvis $A \subseteq B$ men $A \neq B$.

ADVARSEL: Andre bøger skriver
$A \subset B$ hvis A er delmængde af B og
$A \subsetneqq B$ hvis A er en ægte delmængde af B.

Fra én eller flere mængder, A, B (delmængder af grundmængden U), kan vi konstruere nye mængder:

Foreningsmængde: $A \cup B = \{x \mid x \in A \vee x \in B\}$

Fællesmængde: $A \cap B = \{x \mid x \in A \wedge x \in B\}$

Mængdedifferens: $A - B = \{x \mid x \in A \wedge \neg(x \in B)\}$

Komplementærmængde: $\overline{A} = \{x \mid \neg(x \in A)\} = U - A$

Symmetrisk differens: $A \oplus B = \{x \mid (x \in A) \oplus (x \in B)\}$

Potensmængde: $P(A)$ er mængden af alle delmængder af A

Kartesisk produkt: $A \times B = \{(a, b) \mid a \in A \wedge b \in B\}$.