DMat-07

For $n \in \mathbb{Z}$, $n \geq 1$, lad $P(n)$ betegne et udsagn, der kan være sandt eller falsk. Sandhedsværdien kan være forskellig for forskellige værdier af n.

Induktionsprincippet: For at bevise at $P(n)$ er sand for alle $n \geq 1$ skal vi:
Basisskridt: bevise at $P(1)$ er sand.
Induktionsskridt: bevise at der for ethvert $k \geq 1$ gælder: hvis $P(k)$ er sand så er $P(k+1)$ også sand.

Man kan eventuelt ændre alle røde 1-taller til et andet tal b. Det grønne 1-tal må ikke ændres.

4.2: Velordningsprincippet.

Lad S være en *ikke-tom* mængde af ikke-negative hele tal.
Så har S et mindste element, altså et element $m \in S$ så $s \geq m$ for alle $s \in S$.

Anvendelse: Vi skal bevise at udsagnet $P(n)$ er sand for alle $n \geq 0$.
Lad $S = \{n \in \mathbb{N} \mid P(n) \text{ er falsk}\}$.
Skal vise: $S = \emptyset$.
Bevis ved modstrid: antag $S \neq \emptyset$ og lad $m \in S$ være det mindste element.
Vis først at $m \neq 0$, altså $m > 0$. Dermed er $P(m-1)$ sand.
Vis at hvis $P(m-1)$ er sand så er $P(m)$ også sand.