

Procedure Dijkstra($G = (V, E)$): vægtet sh. graf,
 a, z : punkter)

{ Det antages at $w(e) > 0$ for alle $e \in E$ }

For alle $v \in V$: $L(v) := \infty$

$L(a) := 0$, $S := \emptyset$

while $z \notin S$

begin

$u :=$ punkt ikke i S , så $L(u)$ er mindst mulig

$S := S \cup \{u\}$

For alle v hvor $\{u, v\} \in E$ og $v \notin S$

if $L(u) + w(u, v) < L(v)$ **then**

begin

$L(v) := L(u) + w(u, v)$

$F(v) := u$

end

end $\{z, F(z), F(F(z)), \dots, a$ er en korteste vej fra z til a
med længde $L(z)\}$

Invariant:

1. Hvis $v \in S$ så er $L(v)$ længden af en korteste vej fra a til v i G . Denne vej er indeholdt i S .
2. Hvis $v \notin S$ så er $L(v)$ længden af en korteste vej fra a til v , hvor alle vejens punkter er i $S \cup \{v\}$.
3. Hvis $v \neq a$ og $L(v) < \infty$ så er der en vej fra a til v af længde $L(v)$, hvor vejens sidste kant er $\{F(v), v\}$.

Punkterne tilføjes til S i rækkefølge bestemt ved voksende afstand fra a .

Kompleksitet af Dijkstras algoritme:

Lad n være antallet af punkter i input-grafen.

Ved hvert gennemløb af while-løkken tilføjes et punkt til S .

While-løkken gennemløbes altså højst n gange.

Ved hvert gennemløb:

Find i en liste med (højst) n punkter et punkt med mindst L -værdi: $O(n)$

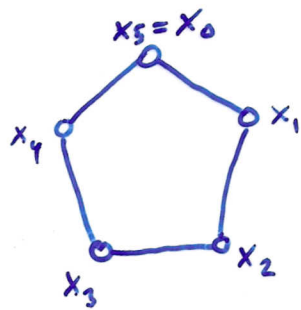
Undersøg hver af u 's højst n naboer: $O(n)$

Komplexitet af den samlede algoritme: $O(n^2)$

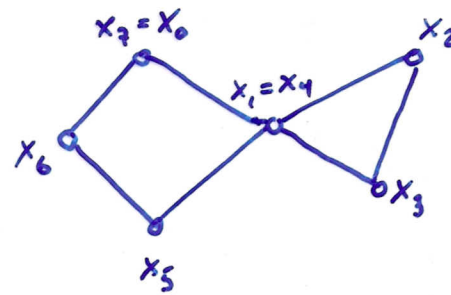
Den handelsrejsendes problem
Travelling Salesman Problem (TSP).

Lad G være en vægtet graf med en Hamilton-kreds.
F.eks. G er komplet graf (altså: en simpel graf med en kant mellem alle par af punkter).

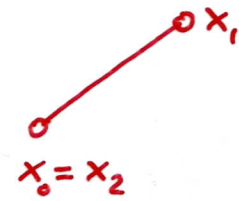
Find en *kortest* Hamilton-kreds i G .



SIMPEL
KREDS

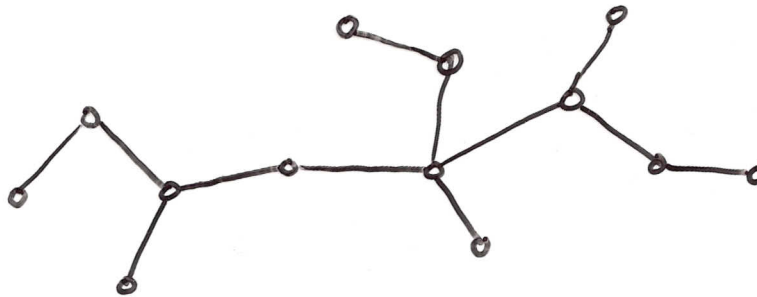


SIMPEL
KREDS



IKKE-SIMPEL
KREDS

Definition. Et træ er en sammenhængende graf uden simple kredse.



Sætning 1.

En ikke-orienteret graf er et træ

hvis og kun hvis

der er en entydig simpel vej mellem ethvert par af punkter.

Sætning 2. Et træ med n punkter har præcis $n - 1$ kanter.

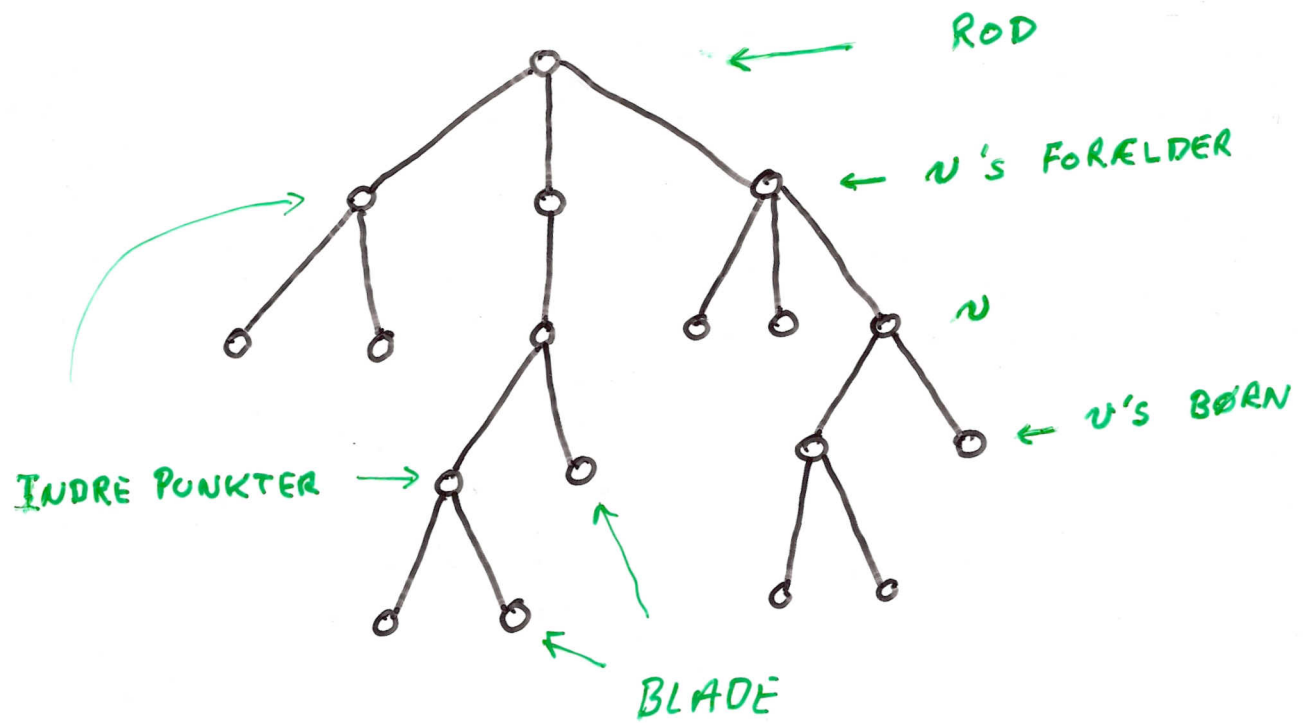
Træer med rod r .

v : et punkt i træet.

Hvis $v \neq r$ så er der en entydig nabo til v hvis afstand fra r er 1 mindre end v 's afstand fra r . Dette punkt kaldes v 's forælder.

De øvrige naboer til v (Hvis $v = r$: alle naboer til v .) har afstand fra r : 1 større end v 's afstand fra r . Disse punkter kaldes v 's børn.

Punkter uden børn kaldes blade. Andre punkter er indre.



m : positivt helt tal.

Et m -ært træ er et træ med rod hvor hvert punkt har højst m børn.

Hvis hvert indre punkt har præcis m børn så er det et fuldt m -ært træ.

Et 2-ært træ kaldes binært.

I et ordnet binært træ kan et punkt have et venstre barn og et højre barn.