

Et beslutningsproblem er et problem hvor svaret på inputtet er enten JA eller NEJ.

Et beslutningsproblem tilhører klassen P hvis det kan løses af en algoritme i polynomiell tid.

Altså: en algoritme med kompleksitet $O(n^k)$ hvor n er størrelsen af inputtet og k er en konstant.

Et beslutningsproblem tilhører klassen NP (non-deterministisk polynomiell) hvis der findes en algoritme der med et ekstra input i polynomiell tid kan eftervise at svaret er JA.

$$P \subseteq NP$$

Eksempler på problemer i NP :

k-farvning

Input: graf G

Spørgsmål: har G en farvning med k farver.

ekstra input: en farvning

2-farvning er i P .

Planar k-farvning

Input: planar graf G

Spørgsmål: har G en farvning med k farver.

ekstra input: en farvning

Planar 2-farvning er i P .

Planar 4-farvning er i P .

Eksempler på problemer i NP :

Hamilton-kreds

Input: graf G

Spørgsmål: har G en Hamilton-kreds.

ekstra input: en Hamilton-kreds

TSP

Input: vægtet komplet graf G , en konstant C

Spørgsmål: har G en Hamilton-kreds af længde højst C .

ekstra input: en Hamilton-kreds

Satisfiability

Input: sammensat udsagn

Spørgsmål: findes der en tildeling af sandhedsværdier til de variable så det sammensatte udsagn er sandt.

ekstra input: sandhedsværdier for de variable

Givet: beslutningsproblemer A og B hvor mængden af mulige inputs er hhv. S_A og S_B .

En funktion $f : S_A \rightarrow S_B$ som opfylder

- A 's svar på input $x = B$'s svar på input $f(x)$
- der findes en algoritme der beregner $f(x)$ i polynomiell tid

kaldes en polynomiell tids reduktion af A til B .

Hvis der findes en algoritme der løser B i polynomiell tid så findes der en algoritme der løser A i polynomiell tid.

Et problem er NP -komplet hvis

- det er i NP , og
- ethvert problem i NP har en polynomiell tids reduktion til dette problem.

Hvis et NP -komplet problem kan løses i polynomiell tid så kan ethvert problem i NP løses i polynomiell tid og så er $P = NP$.

Eksempel:

Vi ved at Hamilton-kreds er NP -komplet.
For at vise at TSP er NP -komplet skal vi

- vise at TSP er i NP ,
- vise at der findes polynomiell tids reduktion af Hamilton-kreds til TSP.

Eksempler på NP -komplette problemer:

Satisfiability.

Hamilton kreds.

TSP.

k -farvning, hvor $k \geq 3$.

Planar 3-farvning.