Prøveeksamen A

Opg. 1

$B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$

1. $\det(B) = 1 \cdot 1 - 2 \cdot 1 = \underline{\underline{-1}}$
2. $B^{-1} = \frac{1}{-1}\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} = \underline{\underline{\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}}}$
3. $(B^T)^{-1} = (B^{-1})^T = \underline{\underline{\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}}}$

Opg. 2

1. $\underline{\underline{\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}}}$

2. $\underline{\underline{\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & 2 & 0 & 3 \end{array}\right]}}$

3. $\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & 2 & 0 & 3 \end{array}\right] \xrightarrow{-r_1 + r_3 \to r_3} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \end{array}\right] \xrightarrow[-r_2 + r_1 \to r_1]{-r_2 + r_3 \to r_3} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} x_1 & x_2 & x_3 \end{array} \\ \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right] \end{array}$

$$\begin{cases} x_1 = -1 - 2x_3 \\ x_2 = 2 + x_3 \\ x_3 \text{ fri} \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix} + x_3 \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad x_3 \in \mathbb{R}$$

Opg. 3

1. $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 1 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{-2r_1 + r_2 \to r_2} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & -1 \end{bmatrix}$

$$\underline{\underline{\left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \right\}}}$$

2. rank(A) = # pivot søjler i A = $\underline{\underline{2}}$

   nullity(A) = # ikke-pivot søjler i A = $\underline{\underline{2}}$

3. Der er dim(Null(A)) = nullity(A) = $\underline{\underline{2}}$.

Opg. 4

$C = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 2 & 5 & 0 \\ 1 & -2 & -1 \end{bmatrix}$

1. Da C er nedre triangulær er egenværdierne $\underline{\underline{-1}}$ og $\underline{\underline{5}}$

2.

$$\lambda = -1: \; C-(-1)I_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 2 & 6 & 0 \\ 1 & -2 & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{r_1 \leftrightarrow r_3} \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 2 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{-2r_1+r_2 \to r_2} \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow{\frac{1}{10} r_2 \to r_2} \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{2r_2+r_1 \to r_1} \begin{array}{c} \begin{matrix} x_1 & x_2 & x_3 \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{array}.$$

$$\begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 0 \\ x_3 \text{ fri} \end{cases}, \quad \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = x_3 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}; \; x_3 \in \mathbb{R}$$

Basis for egenrummet hørende til egenværdien -1: $\underline{\underline{\left\{ \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \right\}}}$

$$\lambda = 5: \; C-5I_3 = \begin{bmatrix} -6 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & -6 \end{bmatrix} \xrightarrow{-\frac{1}{6} r_1 \to r_1} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & -6 \end{bmatrix} \xrightarrow[-r_1+r_3 \to r_3]{-2r_1+r_2 \to r_2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & -6 \end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow{r_2 \leftrightarrow r_3} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & -6 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{-\frac{1}{2} r_2 \to r_2} \begin{array}{c} \begin{matrix} x_1 & x_2 & x_3 \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

$$\begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = -3x_3 \\ x_3 \text{ fri} \end{cases}, \quad \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = x_3 \begin{bmatrix} 0 \\ -3 \\ 1 \end{bmatrix}; \; x_3 \in \mathbb{R}$$

Basis for egenrummet hørende til egenværdien 5: $\underline{\underline{\left\{ \begin{bmatrix} 0 \\ -3 \\ 1 \end{bmatrix} \right\}}}$

<u>Opg. 5</u> $\quad \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix}' = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 4 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix}$

Sæt $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$. Vi finder egenværdierne for A.

$\det(A - tI_2) = \begin{vmatrix} 1-t & 1 \\ 4 & 1-t \end{vmatrix} = (1-t)^2 - 4 = t^2 - 2t - 3 = 0$

Diskriminanten er $(-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3) = 16$.

$t = \dfrac{-(-2) \pm \sqrt{16}}{2 \cdot 1} = \begin{cases} -1 \\ 3 \end{cases}$.

Dvs. egenværdierne er -1 og 3. Vi finder tilhørende egenvektorer.

$\lambda = -1: \quad A - (-1)I_2 = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} \longrightarrow \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, egenvektor $\begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$

$\lambda = 3: \quad A - 3I_2 = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 4 & -2 \end{bmatrix} \longrightarrow \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, egenvektor $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$

Diagonalisering af A:

$A = PDP^{-1}, \quad P = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$.

$$\begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix}' = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} z_1' = -z_1 \\ z_2' = 3z_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = ae^{-t} \\ z_2 = be^{3t} \end{cases} .$$

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ae^{-t} \\ be^{3t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -ae^{-t} + be^{3t} \\ 2ae^{-t} + 2be^{3t} \end{bmatrix}$$

Den fuldstændige løsning er $\begin{cases} y_1 = -ae^{-t} + be^{3t} \\ y_2 = 2ae^{-t} + 2be^{3t} \end{cases}$; $a, b \in \mathbb{R}$.

$$\begin{cases} y_1(0) = 15 \\ y_2(0) = -10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -a + b = 15 \\ 2a + 2b = -10 \end{cases}$$

$$\left[\begin{array}{cc|c} -1 & 1 & 15 \\ 2 & 2 & -10 \end{array}\right] \longrightarrow \left[\begin{array}{cc|c} -1 & 1 & 15 \\ 0 & 4 & 20 \end{array}\right] \longrightarrow \left[\begin{array}{cc|c} -1 & 0 & 10 \\ 0 & 1 & 5 \end{array}\right] \longrightarrow \begin{array}{c} \begin{array}{cc} a & b \end{array} \\ \left[\begin{array}{cc|c} 1 & 0 & -10 \\ 0 & 1 & 5 \end{array}\right] \end{array}, \begin{cases} a = -10 \\ b = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y_1 = 10e^{-t} + 5e^{3t} \\ y_2 = -20e^{-t} + 10e^{3t} \end{cases}$$

Opg. 6

$$\vec{u}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad \vec{u}_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}, \quad \vec{u}_3 = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 1 \\ 5 \end{bmatrix}$$

1.

$$\vec{v}_1 = \vec{u}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix},$$

$$\|\vec{v}_1\|^2 = 1^2 + (-1)^2 + 0^2 + 2^2 = 6, \quad \vec{u}_2 \cdot \vec{v}_1 = 1\cdot 1 + 1\cdot(-1) + 1\cdot 0 + 2\cdot 3 = 6.$$

$$\vec{v}_2 = \vec{u}_2 - \frac{\vec{u}_2 \cdot \vec{v}_1}{\|\vec{v}_1\|^2}\vec{v}_1 = \vec{u}_2 - \vec{v}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix},$$

$$\|\vec{v}_2\|^2 = 0^2 + 2^2 + 1^2 + 1^2 = 6, \quad \vec{u}_3 \cdot \vec{v}_1 = 3\cdot 1 + 1\cdot(-1) + 1\cdot 0 + 5\cdot 2 = 12,$$

$$\vec{u}_3 \cdot \vec{v}_2 = 3\cdot 0 + 1\cdot 2 + 1\cdot 1 + 5\cdot 1 = 8.$$

$$\vec{v}_3 = \vec{u}_3 - \frac{\vec{u}_3 \cdot \vec{v}_1}{\|\vec{v}_1\|^2}\vec{v}_1 - \frac{\vec{u}_3 \cdot \vec{v}_2}{\|\vec{v}_2\|^2}\vec{v}_2 = \vec{u}_3 - 2\vec{v}_1 - \frac{4}{3}\vec{v}_2 = \frac{1}{3}(3\vec{u}_3 - 6\vec{v}_1 - 4\vec{v}_2)$$

$$= \frac{1}{3}\left(\begin{bmatrix} 9 \\ 3 \\ 3 \\ 15 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 6 \\ -6 \\ 0 \\ 12 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 8 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix}\right) = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix}.$$ Vi bruger i stedet $\vec{v}_3 = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix}$.

Dvs. $\left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix} \right\}$ er en ortogonal basis for W.

2. $\|\vec{v}_3\|^2 = 3^2+1^2+(-1)^2+(-1)^2 = 12 \Rightarrow \|\vec{v}_3\| = \sqrt{12} = \sqrt{4\cdot 3} = 2\sqrt{3}$.

Ortonormal basis for W:

$$\left\{ \frac{\vec{v}_1}{\|\vec{v}_1\|}, \frac{\vec{v}_2}{\|\vec{v}_2\|}, \frac{\vec{v}_3}{\|\vec{v}_3\|} \right\} = \underline{\underline{\left\{ \frac{1}{\sqrt{6}}\begin{bmatrix}1\\-1\\0\\2\end{bmatrix}, \frac{1}{\sqrt{6}}\begin{bmatrix}0\\2\\1\\1\end{bmatrix}, \frac{1}{2\sqrt{3}}\begin{bmatrix}3\\1\\-1\\-1\end{bmatrix} \right\}}}$$

Opg. 7 $\quad A = \begin{bmatrix}1&1\\0&2\end{bmatrix}$

1. $A = \begin{bmatrix}1&1\\0&2\end{bmatrix} \xrightarrow{\frac{1}{2}r_2 \to r_2} \begin{bmatrix}1&1\\0&1\end{bmatrix} \xrightarrow{-r_2+r_1 \to r_1} \begin{bmatrix}1&0\\0&1\end{bmatrix}$ på RREF.

2. $I_2 = \begin{bmatrix}1&0\\0&1\end{bmatrix} \xrightarrow{\frac{1}{2}r_2 \to r_2} \begin{bmatrix}1&0\\0&\frac{1}{2}\end{bmatrix} = E_1$,

$I_2 = \begin{bmatrix}1&0\\0&1\end{bmatrix} \xrightarrow{-r_2+r_1 \to r_1} \begin{bmatrix}1&-1\\0&1\end{bmatrix} = E_2$.

$$\underline{\underline{E_1 = \begin{bmatrix}1&0\\0&\frac{1}{2}\end{bmatrix}}}, \quad \underline{\underline{E_2 = \begin{bmatrix}1&-1\\0&1\end{bmatrix}}}$$

3. $R = E_2E_1A \Rightarrow A = E_1^{-1}E_2^{-1}R$, $\quad E_3 = E_2^{-1}$, $E_4 = E_1^{-1}$.

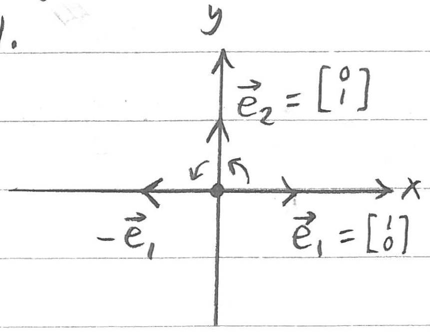
$I_2 = \begin{bmatrix}1&0\\0&1\end{bmatrix} \xrightarrow{2r_2 \to r_2} \begin{bmatrix}1&0\\0&2\end{bmatrix} = E_1^{-1}$,

$I_2 = \begin{bmatrix}1&0\\0&1\end{bmatrix} \xrightarrow{r_2+r_1 \to r_1} \begin{bmatrix}1&1\\0&1\end{bmatrix} = E_2^{-1}$.

$$\underline{\underline{E_3 = \begin{bmatrix}1&1\\0&1\end{bmatrix}}}, \quad \underline{\underline{E_4 = \begin{bmatrix}1&0\\0&2\end{bmatrix}}}$$

Opg. 8

1.



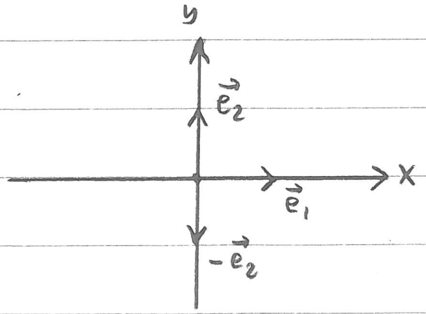
$T: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ rotation med $90°$ om $(0,0)$.

Standard matricen for T er

$[T(\vec{e}_1) \;\; T(\vec{e}_2)] = [\vec{e}_2 \;\; -\vec{e}_1] = \underline{\underline{\begin{bmatrix}0&-1\\1&0\end{bmatrix}}}$

(Alternativt: $\begin{bmatrix}\cos(90°)&-\sin(90°)\\\sin(90°)&\cos(90°)\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0&-1\\1&0\end{bmatrix}$)

2.



$U: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ spejling i første aksen.

Standard matricen for U er

$[U(\vec{e}_1) \;\; U(\vec{e}_2)] = [\vec{e}_1 \;\; -\vec{e}_2] = \underline{\underline{\begin{bmatrix}1&0\\0&-1\end{bmatrix}}}$

(Alternativt: $U\left(\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix}x\\-y\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}1&0\\0&-1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}$)

3. $\vec{e}_1 \xmapsto{T} \vec{e}_2 \xmapsto{U} -\vec{e}_2$, $\vec{e}_2 \xmapsto{T} -\vec{e}_1 \xmapsto{U} -\vec{e}_1$

$$[(U\circ T)(\vec{e}_1) \quad (U\circ T)(\vec{e}_2)] = [-\vec{e}_2 \quad -\vec{e}_1] = \underline{\underline{\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}}}$$

(Alternativt: Standard matricen for $U\circ T$ er

$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$)

Del II ("multiple choice" opgaver)

Opgave 9:(7%)
Betragt en $m \times n$ matrix A med følgende egenskaber:

1. A har 6 pivotsøjler.
2. Der findes et $\mathbf{b} \in \mathbf{R}^m$, således at ligningssystemet $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ er inkonsistent.

Baseret på disse oplysninger skal man bestemme de *mindste* mulige værdier for m og n.

Angiv den mindste værdi m kan have:

☐ 0	☐ 2	☐ 4	☐ 6	☐ 8	☐ 10
☐ 1	☐ 3	☐ 5	☒ 7	☐ 9	☐ 11

Angiv den mindste værdi n kan have:

☐ 0	☐ 2	☐ 4	☒ 6	☐ 8	☐ 10
☐ 1	☐ 3	☐ 5	☐ 7	☐ 9	☐ 11

Da A har 6 pivot söjler, er der mindst 6 söjler i A.

Lad R være A's RREF. Af 2. fölger at R ikke har et pivot i hver række, og da der er 6 pivoter i R, må der mindst være 7 rækker.

$$\begin{array}{cc} \overbrace{}^{6} & \\ \left[\begin{array}{c} I_6 \\ \hline 0 \end{array}\right] & \begin{array}{l} \}\,6 \\ \}\,1 \end{array} \end{array}$$

Omvendt ser vi at 7×6-matricen opfylder 1. og 2.

Opgave 10:(10%) Betragt matricen

$$A = \begin{bmatrix} -2 & -1 & -4 & 5 \\ 0 & -8 & 6 & -6 \\ 0 & 0 & -81 & 13 \\ 0 & 0 & 0 & -604 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

5 × 4 - matrix

Afkryds *samtlige* sande udsagn nedenfor (bemærk: hver forkert afkrydsning *ophæver* én rigtig afkrydsning).

- ikke n×n ← ☐ A er inverterbar (regulær).
- pivot i hver søjle ← ☒ Den lineære transformation induceret af A er injektiv (engelsk: one-to-one).
- pivot ≠ 1, ej 0 over ← ☐ A er på reduceret række-echelon form (reduceret trappeform).
- ☒ nullity $A = 0$.
- ☒ rank $A = 4$.

nullity(A) = # ikke-pivot søjler i A = 0
rank(A) = # pivot søjler i A = 4

- ☒ A er på række-echelonform (trappeform). → OK
- ☐ nullity A + rank $A = 5$. → nej 4
- ☐ Den lineære transformation induceret af A er surjektiv (engelsk: onto). → nej, ikke pivot i hver række
- ☐ For ethvert $\mathbf{b} \in \mathbf{R}^5$ er ligningssystemet $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ konsistent. →
- ☐ A er en 4×5-matrix. nej, 5×4

Opgave 11:(5%) Der er givet fire vektorer $\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{u}, \mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, således at både $\{\mathbf{x}, \mathbf{y}\}$ og $\{\mathbf{u}, \mathbf{v}\}$ lineært *uafhængige*. Afkryds det sande udsagn nedenfor.

- ☐ $\{\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{u}, \mathbf{v}\}$ er altid lineært uafhængige.
- ☒ $\{\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{u}, \mathbf{v}\}$ er aldrig lineært uafhængige.
- ☐ Med de givne oplysninger kan det *ikke* afgøres om $\{\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{u}, \mathbf{v}\}$ er linært uafhængige.

dim($\mathbb{R}^3$) = 3, så der findes ikke 4 lineært uafhængige vektorer i $\mathbb{R}^3$. Theorem 4.6 side 246 i SIF.

(Alternativt: Se SIF side 81, Properties of Linearly Dependent and Independent Sets, 4.)

Opgave 12:(8%) Besvar følgende 4 sand/falsk opgaver:

a. Standardmatricen for en inverterbar lineær transformation $T : \mathbf{R}^n \to \mathbf{R}^m$ er altid kvadratisk.

☒ Sand ☐ Falsk

Standardmatricen er inverterbar og dermed kvadratisk

b. En lineær transformation givet ved en 4×5-matrix er aldrig surjektiv (engelsk: onto).

☐ Sand ☒ Falsk

Pivot i hver række muligt for 4x5-matrix

c. Alle inverterbare matricer kan diagonaliseres.

☐ Sand ☒ Falsk

$\begin{bmatrix}1&1\\0&1\end{bmatrix}$ er inverterbar men kan ikke diagonaliseres

d. Lad W være et underrum af $\mathbf{R}^6$ med dimension 4. Så gælder altid, at 4 lineært uafhængige vektorer i W udgør en basis for W.

☒ Sand ☐ Falsk

SIF Theorem 4.7 side 248

c. $A = \begin{bmatrix}1&1\\0&1\end{bmatrix}$, $\det(A) = 1 \neq 0$ så inverterbar OK.

A er triangulær, eneste egenværdi er 1.

$A - 1I_2 = \begin{array}{cc} x_1 & x_2 \\ \end{array}\begin{bmatrix}0&1\\0&0\end{bmatrix}$, basis for egenrummet: $\left\{\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}\right\}$

Da $\mathbb{R}^2$ ikke har en basis af egenvektorer for A, er A ikke diagonaliserbar.