MCG - 5

En 3×5 matrix:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & 1 & -1 \\ 3 & 2 & 7 & -5 & 0 \\ 1 & 1 & 2 & 1 & 4 \end{bmatrix}.$$

En $m \times n$ matrix har m rækker (vandrette), og n søjler (lodrette).
Rækkerne numereres $0, 1, \ldots, m-1$.
Søjlerne numereres $0, 1, \ldots, n-1$.

Elementet (tallet) i række i, søjle j skrives $(A)_{ij}$ eller a_{ij}.
F.eks. $(A)_{12} = 7$.

Hvis A og B er $m \times n$ matricer så er $A + B$ $m \times n$ matricen hvor $(A + B)_{ij} = (A)_{ij} + (B)_{ij}$.

Hvis A er en $m \times n$ matrix og $a \in \mathbb{R}$ er et tal så er aA $m \times n$ matricen hvor $(aA)_{ij} = a(A)_{ij}$.

A en $m \times n$ matrix.
B en $r \times s$ matrix.

Produktet AB kan udregnes hvis $n = r$
og resultatet er så en $m \times s$ matrix.

$$\begin{bmatrix} * & * & * & * \\ * & * & * & * \\ * & * & * & * \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ * & * & * & * \end{bmatrix} \begin{bmatrix} * & 1 & * & * & * & * \\ * & 2 & * & * & * & * \\ * & 3 & * & * & * & * \\ * & 4 & * & * & * & * \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} * & * & * & * & * & * \\ * & * & * & * & * & * \\ * & * & * & * & * & * \\ * & 70 & * & * & * & * \\ * & * & * & * & * & * \end{bmatrix}$$

$70 = 5 \cdot 1 + 6 \cdot 2 + 7 \cdot 3 + 8 \cdot 4.$

Regneregler, f.eks:

$$A(B+C) = AB + AC$$

og

$$A(aB) = a(AB),$$

hvor a er et tal og A, B, C er matricer der har størrelser sådan at addition og multiplikation er defineret.

Næsten alle sædvanlige regneregler er opfyldt.
Undtagelsen er at multiplikation ikke er kommutativ.

$$AB \neq BA.$$

Den transponerede af en $m \times n$ matrix A er en $n \times m$ matrix A^T hvor $(A^T)_{ij} = A_{ji}$.

Hvis

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 10 & 11 & 12 \end{bmatrix}$$

så er

$$A^T = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 9 \\ 2 & 6 & 10 \\ 3 & 7 & 11 \\ 4 & 8 & 12 \end{bmatrix}.$$

$$(A + B)^T = A^T + B^T, \quad (AB)^T = B^T A^T.$$

Identitetsmatrix / Enhedsmatrix:

$$I = I_n = I_4 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Hvis A er en $m \times n$ matrix så er $AI_n = A$ og $I_m A = A$.

En $n \times 1$ matrix er en (søjle-) vektor.

En $1 \times n$ matrix er en (række-) vektor. Dette opfattes som en transponeret søjle-vektor.

Produkt af blokmatricer (hvis alle summer og produkter er defineret):

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E & F \\ G & H \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} AE + BG & AF + BH \\ CE + DG & CF + DH \end{bmatrix}.$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{a}_0 & \dots & \mathbf{a}_{n-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_0 \\ \vdots \\ b_{n-1} \end{bmatrix} = b_0 \mathbf{a}_0 + \dots + b_{n-1} \mathbf{a}_{n-1}.$$

$$A \begin{bmatrix} \mathbf{b}_0 & \dots & \mathbf{b}_{n-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A\mathbf{b}_0 & \dots & A\mathbf{b}_{n-1} \end{bmatrix}.$$

Lad V og W være vektorrum, f. eks. $V = \mathbb{R}^m$ og $W = \mathbb{R}^n$.

En funktion $T : V \mapsto W$ siges at være en lineær transformation hvis

- $T(\mathbf{v} + \mathbf{w}) = T(\mathbf{v}) + T(\mathbf{w})$ for alle vektorer $\mathbf{v}, \mathbf{w} \in V$, og

- $T(a\mathbf{v}) = aT(\mathbf{v})$ for alle vektorer $\mathbf{v} \in V$ og alle tal a.