MCG - 15

Interpolation af rotation.

p og q: rotationskvaternioner.

Sfærisk lineær interpolation:

Bestem vinklen θ mellem p og q ved $\cos\theta = p \cdot q$ (prikprodukt af p og q).

Derefter får vi interpolationen:

$$\mathrm{slerp}(p, q, t) = \frac{\sin((1-t)\theta)p + \sin(t\theta)q}{\sin(\theta)}.$$

Lineær interpolation:

Sæt

$$r = (1 - t)p + tq.$$

Så fås den lineære interpolation ved normalisering af r:

$$\mathrm{lerp}(p, q, t) = \frac{1}{||r||} r.$$

Automatisk generering af Hermite kurver.

$P_0, P_1, \ldots, P_n$: punkter. Vi ønsker at finde Hermite kurver $Q_0(u), Q_1(u), \ldots, Q_{n-1}(u)$ som opfylder

- $Q_i(0) = P_i$ og $Q_i(1) = P_{i+1}$ for alle $i = 0, 1, \ldots, n-1$
- $\mathbf{Q}'_i(1) = \mathbf{Q}'_{i+1}(0)$ for alle $i = 0, 1, \ldots, n-2$
- $\mathbf{Q}''_i(1) = \mathbf{Q}''_{i+1}(0)$ for alle $i = 0, 1, \ldots, n-2$
- $\mathbf{Q}''_0(0) = \mathbf{0}$ og $\mathbf{Q}''_{n-1}(1) = \mathbf{0}$ (naturlige ende betingelser).

For at bestemme $\mathbf{P}_0' = \mathbf{Q}_0'(0), \mathbf{P}_1' = \mathbf{Q}_1'(0) = \mathbf{Q}_0'(1), \ldots, \mathbf{P}_{n-1}' = \mathbf{Q}_{n-1}'(0) = \mathbf{Q}_{n-2}'(1), \mathbf{P}_n' = \mathbf{Q}_{n-1}'(1)$ opstilles følgende ligningssystem (med en $(n+1) \times (n+1)$ matrix):

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 1 & 4 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 4 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ & & & \ddots & & & \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & 4 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{P}_0' \\ \mathbf{P}_1' \\ \mathbf{P}_2' \\ \vdots \\ \mathbf{P}_{n-2}' \\ \mathbf{P}_{n-1}' \\ \mathbf{P}_n' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3(P_1 - P_0) \\ 3(P_2 - P_0) \\ 3(P_3 - P_1) \\ \vdots \\ 3(P_{n-1} - P_{n-3}) \\ 3(P_n - P_{n-2}) \\ 3(P_n - P_{n-1}) \end{bmatrix}.$$

Når $\mathbf{P}'_0, \mathbf{P}'_1, \ldots, \mathbf{P}'_n$ er bestemt fra ovenstående ligninger, så kan hver Q_i beregnes som

$$Q_i(u) = UMG,$$

hvor

$$U = \begin{bmatrix} u^3 & u^2 & u & 1 \end{bmatrix}, \quad M = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 1 & 1 \\ -3 & 3 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad G = \begin{bmatrix} P_i \\ P_{i+1} \\ \mathbf{P}'_i \\ \mathbf{P}'_{i+1} \end{bmatrix}.$$