

Prøve i “Matematik for programmører”
Spiluddannelsen, 7. semester
16. januar 2008, i tidsrummet 9.00-13.00

Alle sædvanlige hjælpemidler må medtages.
Herunder lommeregner, men ikke personlige computere og mobiltelefoner.

Det er vigtigt, at tankegangen bag opgaveløsningerne fremgår af besvarelsen og at mellemregninger medtages i passende omfang.

De anførte procenter angiver med hvilken vægt de enkelte opgaver tæller ved den samlede bedømmelse.

Opgave 1:(17%) Lad vægtene i en vægtet graf G være givet på følgende måde

	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5
v_1	–	1	–	2	–
v_2	1	–	1	–	–
v_3	–	1	–	–	3
v_4	2	–	–	–	2
v_5	–	–	3	2	–

(Her betyder “–” ud for v_i og v_j , at der ingen kant er mellem v_i og v_j . Tilsvarende betyder “1” ud for v_i og v_j , at der er en kant af vægt 1 mellem v_i og v_j og “4” ud for v_i og v_j betyder, at der er en kant af vægt 4 mellem v_i og v_j)

I denne opgave søger vi den korteste vej fra v_1 til v_5 . Lad en heuristisk funktion være givet ved $h(v_1) = 2$, $h(v_2) = 1$, $h(v_3) = 1$, $h(v_4) = 2$, $h(v_5) = 0$.

1. Er den heuristiske funktion monoton? Er den heuristiske funktion tilladelig mht. v_5 (admissible)? Argumenter for dine svar.
2. Find ved hjælp af en A^* -algoritme en korteste vej fra v_1 til v_5 .

Opgave 2: (8%) Lad

$$A = \begin{bmatrix} X & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$$

1. Beregn determinanten $\det(A)$.
2. Hvad skal X være for at $\det(A) = 0$?

Opgave 3: (8%) I denne opgave arbejdes der med Lagrange polynomiet $P(t)$ af anden grad, som opfylder

$$\begin{aligned} P(0) &= [1, 0, 0]^T \\ P(2) &= [3, 0, 0]^T \\ P(6) &= [3, 2, 0]^T \end{aligned}$$

1. Bestem $P(t)$
2. Hvad er $P(1)$?

Opgave 4: (20%) I denne opgave udføres der en række på hinanden følgende affine transformationer i 3D. Først translateres med forskydningsvektoren $\vec{t} = [-3, -3, 3]^T$. Så udføres rotation om Z -aksen med 45° , så udføres rotation om Y -aksen med 90° og dernæst udføres rotation om X -aksen med 45° . Til sidst translateres der med forskydningsvektoren $\vec{t} = [-3, -3, 3]^T$.

1. Opskriv matricen, som beskriver ovennævnte sammensatte affine transformation.
2. Hvad bliver punktet $[0, 0, 0]^T$ flyttet over i?

Opgave 5:(10%) Lad en lineær transformation $\tau : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^2$ være givet ved

$$\tau([1, 0, 0]^T) = [1, 0]$$

$$\tau([0, 1, 0]^T) = [1, 1]$$

$$\tau([0, 0, 1]^T) = [0, 1]$$

1. Bestem en matrix A så der for alle $[X, Y, Z]^T$ gælder $\tau([X, Y, Z]^T) = A[X, Y, Z]^T$.
2. Hvad bliver $[1, 1, 1]^T$ transformeret over i?

Opgave 6:(20%)

1. Er kvaternionen $p = \frac{3}{5} + (0, \frac{4}{5}, 0)$ en rotationskvaternion?
2. Er kvaternionen $q = 0 + (\frac{3}{5}, \frac{4}{5}, 0)$ en rotationskvaternion?
3. Udregn pq og qp
4. Er pq en rotationskvaternion?
5. Find $(pq)^{-1}$ og $(qp)^{-1}$.
6. Hvad er $pqq^{-1}p^{-1}$ lig?

Opgave 7:(10%) Følgende matrix er en rotationsmatrix. Bestem rotationsakse og rotationsvinkel.

$$A = \begin{bmatrix} \frac{9}{25} & -\frac{4}{5} & \frac{12}{25} \\ \frac{4}{5} & 0 & -\frac{3}{5} \\ \frac{12}{25} & \frac{3}{5} & \frac{16}{25} \end{bmatrix}$$

Opgave 8: (7%) I denne opgave laves en Hermite kurve $Q(u)$ med $Q(0) = P_0 = [0, 0, 0]^T$, $Q'(0) = P'_0 = [1, 0, 0]$, $Q(1) = P_1 = [1, 1, 0]^T$ og $Q'(1) = P'_1 = [0, 1, 0]^T$

1. Opskriv $Q(u)$
2. Hvad er $Q(\frac{1}{2})$?

Husk at skrive jeres fulde navn på hver side af besvarelsen. Nummerer siderne, og skriv antallet af afleverede ark på 1. side af besvarelsen. God arbejdslyst.