

### 4.3: Rekursivt definerede mængder.

$\Sigma$  : et alfabet, altså en endelig mængde af symboler.

**Definition.**  $\Sigma^*$ , mængden af strenge over  $\Sigma$  defineres ved:

**Basisskridt:** Den tomme streng  $\lambda \in \Sigma^*$ .

**Rekursionsskridt:** Hvis  $w \in \Sigma^*$  og  $x \in \Sigma$  så er  $wx \in \Sigma^*$ .

**Definition.** Konkaterering af strenge  $w_1 \cdot w_2$  af to strenge  $w_1, w_2 \in \Sigma^*$  defineres ved:

**Basisskridt:**  $w_1 \cdot \lambda = w_1$

**Rekursionsskridt:** Hvis  $w_2 \in \Sigma^*$  så er

$$w_1 \cdot (w_2x) = (w_1 \cdot w_2)x.$$

**Definition.** Mængden af (udvidede) binære træer kan defineres ved:

**Basisskridt:**  $\emptyset$  er et binært træ.

**Rekursionsskridt:** Hvis  $T_1$  og  $T_2$  er binære træer så er  $T_1 \cdot T_2$  et binært træ, der består  $T_1$ ,  $T_2$  og en rod  $r$  samt en kant fra  $r$  til roden af  $T_i$ , hvis  $T_i \neq \emptyset$ , for  $i = 1, 2$ .

## 4.4: Rekursive algoritmer.

Algoritme 2: Rekursiv beregning af  $a^n$

Side 312

```
procedure power ( $a$  reelt tal  $\neq 0$ ,  $n$ : ikke-negativt  
heltal)  
if  $n = 0$  then power( $a, n$ ) = 1  
else power( $a, n$ ) =  $a \cdot$  power( $a, n - 1$ )
```

Algoritme: Iterativ beregning af  $a^n$

```
procedure iterativ power ( $a$  reelt tal  $\neq 0$ ,  $n$ : ikke-  
negativt heltal)  
 $p := 1$   
for  $i := 1$  to  $n$   
     $p := a \cdot p$   
{  $p = a^n$  }
```

Algoritme 8:

Iterativ beregning af Fibonaccital

Side 317

**procedure** fibonacci ( $n$ : ikke-negativt heltal)

**if**  $n = 0$  **then**  $y := 0$

**else**

**begin**

$x := 0$

$y := 1$

**for**  $i := 1$  **to**  $n - 1$

**begin**

$z := x + y$

$x := y$

$y := z$

**end**

**end**

{  $y = f_n$  }

```
procedure fibonacci (n: ikke-negativt heltal)
if  $n = 0$  then  $y := 0$ 
else
begin
     $x := 0$ 
     $y := 1$ 
     $i := 1$ 
    while  $i < n$ 
    { invariant:  $x = f_{i-1}, y = f_i$  }
    begin
         $z := x + y$ 
         $x := y$ 
         $y := z$ 
         $i := i + 1$ 
    end
end
{  $y = f_n$  }
```