Den inhomogene ligning

Vi betragter

$$ay'' + by' + cy = q(x), \qquad (I),$$

hvor $a, b, c \in \mathbb{R}$ og $q(x)$ er kontinuert på I.

Tilhørende homogene ligningen

$$ay'' + by' + cy = 0 \qquad (H).$$

Den fuldstændige løsning til (I): fuldstændig løsning til (H) adderet til en partikulær løsning til (I). Dvs.

$$y(x) = y_h(x) + y_p(x).$$

Den inhomogene ligning II

Superpositions princippet: Antag at y_1 og y_2 opfylder

$$ay_1'' + by_1' + cy_1 = q_1(x)$$

$$ay_2'' + by_2' + cy_2 = q_2(x).$$

Så opfylder $y = y_1 + y_2$ ligningen

$$ay'' + by' + cy = q_1(x) + q_2(x).$$

Komplekse ligninger

Vi betragter

$$ay'' + by' + cy = Ae^{Bx}, \qquad (I),$$

hvor $a, b, c \in \mathbb{R}$ og $A, B \in \mathbb{C}$. En kompleks løsning $f(x) = f_1(x) + if_2(x)$ til (I) har følgende egenskaber:

- Realdelen $f_1(x)$ løser

$$ay'' + by' + cy = \text{Re}(Ae^{Bx}).$$

- Imaginærdelen $f_2(x)$ løser

$$ay'' + by' + cy = \text{Im}(Ae^{Bx}).$$

Løsningsprocedure

Vi betragter

$$ay'' + by' + cy = \text{Re}(Ae^{Bx}), \qquad (I).$$

- Identificer $A = a_1 + ia_2$ og $B = b_1 + ib_2$ udfra

$$\text{Re}(Ae^{Bx}) = e^{b_1 x}\big(a_1 \cos(b_2 x) - a_2 \sin(b_2 x)\big).$$

- Gæt på en partikulær løsning $y_p(x) = De^{Bx}$. Indsæt i

$$ay'' + by' + cy = Ae^{Bx},$$

  og find (hvis muligt) D. Virker præcis når $aB^2 + bB + c \neq 0$.

- $\text{Re}(De^{Bx})$ giver nu den ønskede partikulære løsning til (I).

MR-1, Jan. 2-4, 2008

MR-1 kurset kører:

Onsdag d. 2/1/08: 8:15-16:15
Torsdag d. 3/1/08: 8:15-16:15
Fredag d. 4/1/08: 8:15-12.

Formål: I gennemregner (med hjælp) et eksamenssæt og andre opgaver, der er relevante som forberedelse til eksamen.

Bedømmelse: hver gruppe skal d. 4/1 aflevere én besvarelse af prøveeksamen.