2. ordens lineære diff. lign.

Målet er at løse

$$ay'' + by' + cy = q(x), \qquad x \in I,$$

hvor $a, b, c \in \mathbb{R}$ og $q(x)$ er kontinuert på I.

Tilhørende homogene ligningen

$$ay'' + by' + cy = 0 \qquad (H),$$

med karakterligningen

$$aR^2 + bR + c = 0 \qquad (K).$$

Den homogene ligning

Betragt igen

$(H) \quad ay'' + by' + cy = 0$ og $(K) \quad aR^2 + bR + c = 0,$

og lad

$$D = b^2 - 4ac$$

Værdi af D	Rødder i (K)	Fuldst. løsning til (H)
$D > 0$	$r_1 \neq r_2$	$y(x) = c_1 e^{r_1 x} + c_2 e^{r_2 x}$
$D < 0$	$\alpha + i\beta$, $\alpha - i\beta$	$y(x) = e^{\alpha x}\left(c_1 \cos \beta x + c_2 \sin \beta x\right)$
$D = 0$	r (dbb.rod)	$y(x) = c_1 e^{rx} + c_2 x e^{rx}$

Om “lineær uafhængighed”

Saff et al. benytter ofte begrebet lineær uafhængighed i §4.1-§4.3. Det betyder følgende:

$$
\begin{aligned}
& y_1(x) \text{ og } y_2(x) \text{ er lineært uafhængige på } I \\
\Leftrightarrow\quad & y_1(x) \text{ kan ikke skrives } y_1(x) = c y_2(x) \text{ på } I \\
\Leftrightarrow\quad & W(y_1, y_2)(x) := \begin{vmatrix} y_1(x) & y_2(x) \\ y_1'(x) & y_2'(x) \end{vmatrix} := y_1(x) y_2'(x) - y_1'(x) y_2(x) \\
& \text{er forskellig fra } 0 \text{ for mindst et } x_0 \in I.
\end{aligned}
$$