

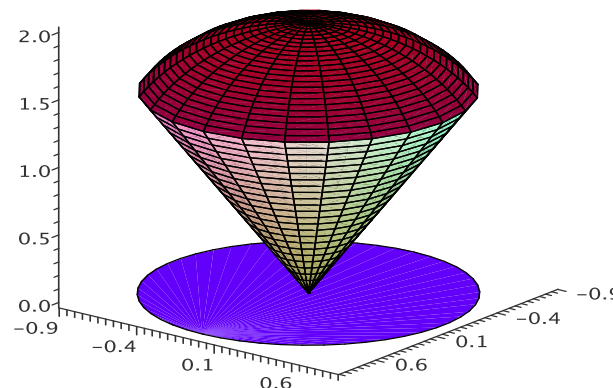
Simple områder

Legmet T kaldes z -simpelt, hvis der findes et område R i xy -planen og to kontinuerte funktioner $z_1(x, y)$ og $z_2(x, y)$ defineret på R , således

$$T = \{(x, y, z) \mid (x, y) \in R, z_1(x, y) \leq z \leq z_2(x, y)\}.$$

Så gælder

$$\iiint_T f(x, y, z) dV = \iint_R \left(\int_{z_1(x,y)}^{z_2(x,y)} f(x, y, z) dz \right) dA.$$



z -simpelt T med R vertikal simpelt

Hvis

$$T = \{(x, y, z) \mid (x, y) \in R, z_1(x, y) \leq z \leq z_2(x, y)\},$$

hvor

$$R = \{(x, y) \mid a \leq x \leq b, y_1(x) \leq y \leq y_2(x)\},$$

så gælder

$$\iiint_T f(x, y, z) dV = \int_a^b \int_{y_1(x)}^{y_2(x)} \int_{z_1(x, y)}^{z_2(x, y)} f(x, y, z) dz dy dx.$$

x -simpelt T med R horisontal simpelt

Alternativ situation. Hvis

$$T = \{(x, y, z) \mid (y, z) \in R, x_1(y, z) \leq x \leq x_2(y, z)\},$$

hvor

$$R = \{(y, z) \mid a \leq z \leq b, y_1(z) \leq y \leq y_2(z)\},$$

så gælder

$$\iiint_T f(x, y, z) dV = \int_a^b \int_{y_1(z)}^{y_2(z)} \int_{x_1(y, z)}^{x_2(y, z)} f(x, y, z) dx dy dz.$$



Masse og massemidtpunkt

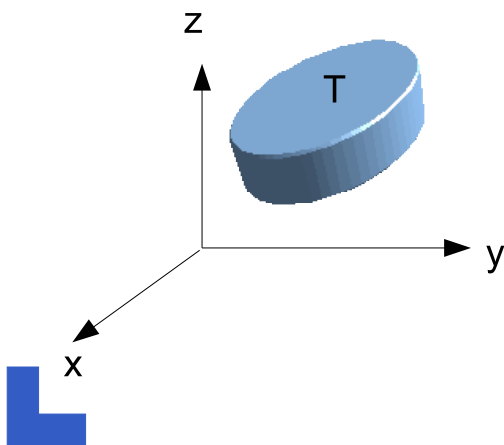
- Betragt et legeme, der netop dækker området T i rummet. Antag, at legemet har massetæthed $\delta(x, y, z)$. Så har legemet masse m og massemidtpunkt $(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$ givet ved

$$m = \iiint_T \delta(x, y, z) dV$$

$$\bar{x} = \frac{1}{m} \iiint_T x \delta(x, y, z) dV$$

$$\bar{y} = \frac{1}{m} \iiint_T y \delta(x, y, z) dV$$

$$\bar{z} = \frac{1}{m} \iiint_T z \delta(x, y, z) dV$$



Inertimoment

Inertimomentet af legmet T med massetæthed δ .

• Omkring x -akse: $I_x = \iiint_T (y^2 + z^2) \delta(x, y, z) dV$

• Omkring y -akse: $I_y = \iiint_T (x^2 + z^2) \delta(x, y, z) dV$

• Omkring z -akse: $I_z = \iiint_T (x^2 + y^2) \delta(x, y, z) dV.$