**423**. I gamle dage (dvs før 1950-erne) benyttede man tabeller til brug ved addition af komplekse tal.

Lad f.eks. $a = r_v$ og $b = s_w$ være to komplekse tal, skrevet på modulus-argumentform. Vi ønsker at udtrykke det komplekse tal $a + b$ på modulus-argumentform. Antag nu, at vi til den ende har rådighed over en tabel med to indgange, hvor modulus $r$ og hovedargument $v$ for tallet $1+\rho_\varphi$ kan aflæses når når $\rho$ og $\varphi$ er givne. Beskriv hvordan denne tabel kan bruges til at bestemme modulus og argument for summen $r_v + s_w$.

**424**. Find på formen $z = a + ib,\quad a, b \in \mathbb{R}$, løsningerne til ligningen

$$z^2 + 2z - 2 - 4i = 0.$$

Skriv et mapleprogram, der løser ligningen.

**425**. Find på formen $z = a + ib,\quad a, b \in \mathbb{R}$, løsningerne til ligningen

$$z^2 - (5 + 5i)z + 13i = 0.$$

**426**. Find på formen $z = a + ib,\quad a, b \in \mathbb{R}$, løsningerne til ligningen

$$iz^2 - (2 + 3i)z + 1 + 5i = 0.$$

**427**. Find løsningerne til ligningerne

(a) $$(z + 1)^2 = 3 + 4i.$$

(b) $$(z + 1)^4 = 3 + 4i.$$

**428**. Lad $\pm\sqrt{w}$ betegne de to løsninger til ligningen $z^2 = w$. Bestem værdierne af følgende udtryk, skrevet på formen $a + ib$:

$$\pm\sqrt{1+i},\quad \pm\sqrt{1 \pm \sqrt{i}},\quad \pm\sqrt{\pm\sqrt{i}}.$$

**429**. Løs andengradsligningen $z^2 - 4iz - 1 + 4i = 0$. Find dernæst rødderne i polynomiet

$$P(z) = z^4 - 4iz^2 - 1 + 4i.$$

(2) Bestem de værdier af $s$ for hvilke $z = 1+i$ er rod i $P(z)$, og marker dem på figuren fra spørgsmål (1).

(3) Find, for den værdi af $s$, som tilhører mængden $S$, samtlige komplekse rødder i $P(z)$.

**445.**

(1) Find samtlige komplekse rødder i polynomiet

$$P(z) = z^7 + z^6 + 8z + 8\,.$$

(2) Med $w_1$ og $w_2$ betegnes de to ikke-reelle rødder, der har numerisk mindst hovedargument. Angiv $w_1$ og $w_2$ på formen $a+ib$ $(a, b \in \mathbb{R})$, og udregn $w_1 + w_2$ og $w_1 w_2$.

(3) Skriv polynomiet $P(z)$ som et produkt af 4 reelle polynomier, hvoraf ét er af første grad og de øvrige af anden grad.

**446.**

(1) Lad $A = \sqrt{6} + \sqrt{2} + i(\sqrt{6} - \sqrt{2})$, og lad $B = A^2$. Skriv $B$ på formen $a + ib$, $a, b \in \mathbb{R}$, og find modulus og argument for $B$.

(2) Find samtlige komplekse løsninger til ligningen

$$z^2 = 8(\sqrt{3} + i).$$

(3) Vis, at $\cos\frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$.

**447.** Der er givet det komplekse tal

$$f(x) = \frac{1}{1 + \cos 2x - i \sin 2x}\,, \quad x \in \left]-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right[\,.$$

(a) Find $M(x) = |f(x)|$. Reducer udtrykket. Tegn grafen for $y = M(x)$.

(b) Find $A(x) = \operatorname{Arg} f(x)$. Reducer udtrykket. Tegn grafen for $y = A(x)$.

(c) Angiv på en figur, hvor $f(x)$ kan ligge i den komplekse plan.

**477.** Vis, at $z = 1 - i$ er rod i polynomiet

$$P(z) = z^5 - (1-i)z^4 + z - 1 + i\,,$$

og find dernæst samtlige løsninger til ligningen $P(z) = 0$. Løsningerne angives på formen $a + ib$ og de skal tegnes i den komplekse plan.

**478.** Find samtlige komplekse rødder i polynomiet

$$P(z) = z^4 + 2z^2 - 8,$$

og skriv det reelle polynomium $P(x)$, $x \in \mathbb{R}$, som produkt af førstegradspolynomier og andengradspolynomier med reelle koefficienter.

**479.** Find samtlige komplekse løsninger til ligningen

$$e^{2z} - 2e^z + 2 = 0.$$

**480.** Find samtlige komplekse løsninger til ligningen

$$e^{2z} - 2e^z + 4 = 0.$$

**481.** Find alle $t \in \mathbb{R}$ for hvilke $1 + e^{2it} = e^{it}$.

**482.** Find samtlige komplekse løsninger $z$ til ligningen

$$z^2 - z + 1 - i = 0.$$

Find dernæst samtlige komplekse løsninger $y$ til ligningen

$$e^{2y} - e^y + 1 - i = 0.$$

**483.** Bestem samtlige komplekse løsninger til ligningen

$$e^{iz} - 8i = 0\,.$$

**484.** Find modulus og hovedargument for det komplekse tal

$$A = -\frac{(1+i)^7}{(\sqrt{3}-i)^4}\,.$$