1. februar 2005/MN

Operatorer i Hilbertrum

2. lektion

Vi følger fremover tidsskemaet:

fredag (tirsdag)	
8:15 (12:30)	Repetition
8:45 (13:00)	Opgaveregning
10:30 (14:45)	Forelæsning
12:00 (16:15)	Slut

2. lektion, fredag den 4. feb. 2005, kl. 8:15 i G5-109

Repetition: Topologiske og metriske rum. Specielt fuldstændige metriske rum. Weierstrass' Approkisamtionssætning.

Forelæsning: Vi afslutter kapitel 1. Den sidste del omhandler fuldstændiggørelse af metriske rum. Dernæst begynder vi på kapitel 2 om Banach-rum. Banach-rum er en speciel (og meget vigtig) klasse af fuldstændige metriske rum. Eksempelvis er $(C([a,b]), d_\infty)$ et Banachrum.

Blandt de vigtigste Banach-rum er $L^p(\mathbb{R})$, $1 \leq p < \infty$, som vi komme til at bruge meget i projektarbejdet. I [P] defineres $L^p(\mathbb{R})$ som fuldstændiggørelsen af $C_0(\mathbb{R})$ [de kontinuerte funktioner med "kompakt støtte"] m.h.t. metrikken

$$d_p(f,g) := \left(\int_{-\infty}^{\infty} |f(x) - g(x)|^p \, dx \right)^{1/p}.$$

Opgaver: [P]: 6[1], 10, 12.

- Lad X være en mængde der indeholder mindst to punkter. Den såkaldte trivielle topologi på X er givet ved $\tau_t = \{\emptyset, X\}$. Vis, at der ikke findes en metrik d på X som frembringer τ_t. Husk, de åbne mængder defineret ved metrikken d er samtlige delmængder $A \subseteq X$, der opfylder $\forall a \in A, \exists r > 0$ således $B_d(a,r) \subseteq A$. Altså er (X, τ_t) et topologisk rum, der ikke er et metrisk rum.

Med venlig hilsen
Morten Nielsen

[1]Hint: funktionen $f(a) = a/(1+a) = 1 - 1/(1+a)$ er voksende på $[0, \infty)$.