

# Operatorer i Hilbertrum

## 5. lektion

### 5. lektion, tirsdag den 15. feb. 2005, kl. 12:30 i G5-109

**Repetition:** Udvidelse af uniform kontinuerte afbildninger. Banach-rummet af begrænsede afbildninger  $\mathcal{B}(V, W)$ .

**Forelæsning:** Vi afslutter kapitel 3. Den sidste del omhandler eksempler på hvordan fundstændigheden af  $\mathcal{B}(V, W)$  kan bruges. Vi nævner to “store” sætninger om Banach-rum: Hanh-Banach sætningen og “princippet om uniform begrænsethed”. I kapitel 4 begynder vi vores studie af Hilbert-rum.

**Opgaver:** Betragt en begrænset lineær afbildning  $T : V \rightarrow W$ . Vis, at:

- $\|T\| := \sup_{\|x\| \leq 1} \|Tx\|$  er en norm på  $\mathcal{B}(V, W)$ .
- 

$$\begin{aligned}\|T\| &:= \sup_{\|x\| \leq 1} \|Tx\| \\ &= \sup_{\|x\| < 1} \|Tx\| \\ &= \inf\{M \mid \forall x \in V : \|Tx\| \leq M\|x\|\} \\ &= \sup_{x \neq 0, x \in U} \frac{\|Tx\|}{\|x\|}, \quad \text{hvor } U \text{ er tæt mængde i } V.\end{aligned}$$

“Gamle opgaver”: 40, 41, 42, 45. Derefter: 43.

Med venlig hilsen  
Morten Nielsen