

Operatorer i Hilbertrum

6. lektion

6. lektion, fredag den 18. feb. 2005, kl. 8:15 i G5-110

Repetition: Hahn-Banachs sætning. Definition af og egenskaber ved indre produkt rum. Orthogonalitet.

Forelæsning: Vi fortsætter i §4.2 om Hilbert-rum. Orthonormale følger i Hilbert-rum, herunder Bessels ulighed og orthonormale baser.

Opgaver: [P]: 50, 53, 55.

- Betragt et normeret vektorrum V . Vis, at¹

$$\|x\|_V = \sup_{\lambda \in \mathcal{B}(V, \mathbb{C}), \|\lambda\|_{op} \leq 1} |\lambda(x)|, \quad \forall x \in V.$$

- For $x, y \in V$, $x \neq y$, findes der et funktionale $\lambda \in \mathcal{B}(V, \mathbb{C})$ med $\lambda(x) \neq \lambda(y)$.

Med venlig hilsen
Morten

¹Husk: Iflg. Hahn-Banachs sætning findes der, givet $x_0 \in V$, $\Lambda \in \mathcal{B}(V, \mathbb{C})$ så $\Lambda(x_0) = \|x_0\|_V$ og $|\Lambda(x)| \leq \|x\|$.