Repetition og perspektivering

v/ Martin Raussen, kl. 8:15 – 8:45 i G5-112.
Kontinuerte og differentiable funktioner (mest af én variabel)

Opgaveregning

kl. 8:45 – 10:40 i grupperummene.

Opgaver:

Wade, kap. 3.3, pp. 77 – 79: 1, 8, 9.

Wade, kap. 4.1, pp. 89 – 90: 2, 4.

Forelæsning:

v/ Martin Raussen, kl. 10:40 – 12:00 i FRB7G5-112.

Mål og indhold:

Hvad vil det sige, at en afbildning $f : E \to \mathbf{R}^m,\ E \subseteq \mathbf{R}^n$ er *differentiabel* i et punkt? Én af interpretationerne for definitionen i det 1-dimensionale tilfælde er, at funktionen skal have en god lineær approksimation in nærhenden af punktet. Det er denne fortolkning der søges generaliseret. Hvis den gode (eller bedste) lineære approksimation eksisterer, så kaldes den for funktionens *differential* eller totalafledede.

Hvis funktionen er differentiabel i et punkt, hvordan kan man så bestemme differentialet? Givet vektorrumsbaser – og her bruger vi altid standardbaser for de Euklidiske rum – så kan en lineær afbildning jo beskrives ved hjælp af en matriks, den såkaldte *Jacobi*[1]*-matriks*. Dens koefficienter beskriver lineære approksimationer af koordinatfunktionerne mht. variation langs med paralleler til akserne – netop de *partielle afledede*, som I kender fra basisuddannelsen. Efter en kort repetition af deres definition ser vi på, hvordan de partielle afledede bestemmer Jacobi-matricen.

Er det tilstrækkeligt at kræve eksistens af partielle afledede i et punkt for at være sikker på at funktionen er differentiabel der? *Nej!*; se Eks. 11.13 og 11.14. Det burde man heller ikke forvente: Man kan ikke "se" om en funktion har en god lineær approksimation ved kun at sigte parallelt med akserne. Med denne baggrund er det faktisk en smule forbavsende, at det følgende (beskedne?) krav er nok til at sikre differentiabilitet: De partielle afledede skal eksistere på en lille "kugle" omkring punktet og være *kontinuerte* i punktet (Thm. 11.15).

[1] http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/Mathematicians/Jacobi.html

Fredrik Bajersvej 7G | 9635 8855 | raussen@math.auc.dk
9220 Aalborg Øst | http://www.math.auc.dk/~raussen

Litteratur:

Wade, kap. 8.4, pp. 245 – 252, kap. 11.1, pp. 315 – 316, samt kap. 11.2, pp. 325 – 390.

Næste gang:

Mandag, den 20.10.
Partielle afledede og differentialet
Wade, kap. 11.1, pp. 317 – 319, 11.2, pp. 329 – 331, 11.3.

Fredrik Bajersvej 7G | 9635 8855 | raussen@math.auc.dk
9220 Aalborg Øst | http://www.math.auc.dk/~raussen