

Repetition og perspektivering

v/ Martin Raussen, kl. 8:15 – 8:45 i G5-112.

Eksakte former og integration. Eksistens- og entydighedsresultater.

Opgaveregning

kl. 8:45 – 10:40 i grupperummene.

Opgaver:

Conrad, kap. 2.2: 7, 17, 23.

Conrad, kap. 2.4: 7, 17, 19, 21.

Forelæsning:

v/ Martin Raussen, kl. 10:40 – 12:00 i FRB7G5-112.

Mål og indhold:

Denne gang vil vi undersøge eksistens og entydighed af løsninger til begyndelsesværdiproblemer for såvel en enkel differentiaalligning som et system af koblede differentiaalligninger. De vigtigste resultater er sammenfattet i Thm. 3.1 i lærebogen – eksistens, éntydighed samt kontinuert afhængighed af løsningen som funktion af begyndelsesbetingelsen – under visse betingelser til systemet. Vi beviser éntydighedsdelen – som betyder, at løsningskurver (orbits) til et system aldrig kan have snitpunkter (med mindre de stemmer overéns).

Den såkaldte Lipschitz¹betingelse sikrer entydighed af løsningerne – og den kan ofte tilbageføres til kontinuitet af en hvis partiel afledet. Et moderne bevis bygger på Gronwall's ulighed, som sætter grænser for størrelsen af afstanden mellem mulige løsninger (s. 75):

$$|\Phi_1(t) - \Phi_2(t)| \leq |y_1 - y_2|e^{K(t-t_0)}.$$

Hvis tiden tillader det, afslutter vi med en kort introduktion til *lineære* systemer.

Litteratur:

Conrad, kap. 2.4 (p. 71 – 76), 3.4 (p. 117 – 121), 4.1 (indtil s. 139)

Næste gang:

Mandag, den 10.11

Introduktion til lineære differentiaalligninger.

Conrad, 4.1-3.

¹www-gap.dcs.st-and.ac.uk/history/Mathematicians/Lipschitz.html