

Repetition og perspektivering

v/ Martin Raussen, kl. 12:30 – 13:00 i G5-112.

Lipschitzbetingelse. Eksistens- og entydighedsresultater

Opgaverregning

kl. 13:00 – 14:55 i grupperummene.

Opgaver:

Conrad, kap. 2.4 7, 17, 19, 21.¹

Conrad, kap. 3.4 13, 17, 19.

Conrad, kap. 3.4 Læs og forstå afsnittet om van der Pols ligning, pp. 121 – 123, især kontinuitetsargumentet (på side 123), som sikrer en lukket banekurve. Eksperimenter med ODE-solveren på <http://www.prenhall.com/conrad>.

Forelæsning:

v/ Martin Raussen, kl. 14:55 – 16:15 i FRB7G5-112.

Mål og indhold:

I denne uge ser vi på det specielle tilfælde af et *lineært* differentialligningssystem – og beskriver det ved hjælp af en matriksligning $\mathbf{v}' = \mathbf{A}(t)\mathbf{v} + \mathbf{f}(t)$. Den kvadratiske matriks $\mathbf{A}(t)$ vil som regel have *funktioner* som koefficienter.

For disse lineære systemer gælder det, at *den* maksimale løsning til et begyndelsesbetingelsesproblem² lever “for altid”, dvs., at den har hele det interval, som funktionerne er defineret på, som sit definitionsområde. Har man et *homogent* system bestående af n ligninger, dvs. en $(n \times n)$ koefficientmatriks, så bestemmer n lineært uafhængige begyndelsesbetingelser løsningsrummet, som er et n -dimensionalt vektorrum. Nu får vi altså brug for lineær algebra!

Hvis systemet har en *konstant* koefficientmatriks \mathbf{A} , kan man beregne og studere dette løsningsrum eksplicit. Det er egenvektorer og egenverdier af koefficientmatricen \mathbf{A} , der spiller den afgørende rolle. Matricens egenverdier kan beregnes som (karakteristiske) rødder af det karakteristiske polynomium (i et specielt tilfælde kendt fra basis). Hvis matricen har n *forskellige* egenverdier, så kan man nemt beskrive den generelle løsning af et homogent system vha. eksponentialfunktioner, egenverdier og egenvektorer (cf. Corollary 4.2.2 for $n = 2$).

Litteratur:

Conrad, kap. 4.1 – 4.2, pp. 136 – 152.

Næste gang:

Onsdag, den 12.11.

Løsninger af lineære systemer.

Conrad, kap. 4.2 – 4.5, pp. 152 – 173.

¹Disse opgaver er gengangere fra sidste gang. Se bort fra dem hvis I allerede har løst dem!

²under forudsætning af kravene til eksistens- og entydighedsresultaterne