Repetition og perspektivering

v/ Horia Cornean, kl. 8:15 – 8:45 i G5-112.
Lineære 1. ordens differentialligninger. Separation af variable.

Opgaveregning

kl. 8:45 – 10:40 i grupperummene.

Opgaver:

Kap. 1.3, pp. 22 – 24: Opg. 26.

Kap. 2.1, pp. 42 – 44: Opg. 1, 11, 13, 15.

(Vink: I opg. 15 kan man bruge *partialbrøkdekompositionen* $\frac{1}{y^2-a^2} = \frac{1}{2a}(\frac{1}{y-a} - \frac{1}{y+a})$).

Forelæsning:

v/ Horia Cornean, kl. 10:40 – 12:00 i FRB7G5-112.

Mål og indhold:

Indtil videre har vi beskæftiget os med en begrænset klasse af differentialligninger, som kan løses eksakt ved hjælp af elementære funktioner ved analytiske algoritmer. Man finder i sidste ende en løsnings*formel* hvis bare man kan gennemføre et antal integrationer. Det sidste kan allerede være et problem – man kan faktisk beskrive nøjagtigt hvilke elementære funktioner der har en elementær stamfunktion – de fleste har det ikke! Desuden har man heller ikke integrationsalgoritmer for mange differentialligninger.

Er det hele så helt håbløst? Nej – men vi må nøjes med mindre nøjagtige svar. Man kan forsøge at finde *approksimationer* til de rigtige løsninger (hvis de ellers findes) eller man kan i første omgang prøve at danne sig et *kvalitativt* billede af en løsning (periodisk, transient....). Vi vil gøre lidt af begge dele.

En *grafisk* tilgang findes ved at tegne *retningsfelter* til en given ligning. En løsning vil i hvert punkt have den givne retning som tangentretning. Kender man retningsfeltet kan man forsøge sig med at indtegne kurver som "matcher" feltet.

Når man indtegner en stykkevis lineær kurve og lader retningsfeltet bestemme retningen et stykke af vejen, har man interpretationen for en *numerisk* metode som kan approksimere løsningen til et begyndelsesværdiproblem. Denne metode (Eulers metode) gennemgås, og vi forsøger også at vurdere den fejl der begås efter et antal trin i metoden. Metoden kan give os en fornemmelse af hvordan den rigtige løsning ser ud, men den fejler også dramatisk i en del tilfælde.

FREDRIK BAJERSVEJ 7G | 9635 8855 | RAUSSEN@MATH.AUC.DK
9220 AALBORG ØST | HTTP://WWW.MATH.AUC.DK/~RAUSSEN

Sidst introduceres *systemer* af koblede differentialligninger. De har en interesse i sig selv. Derudover oversætter man systemer af 2.den og højere orden til et system af 1.ordens differentialligninger. Næste gang skal vi se hvordan man igen kan bruge grafiske og numeriske metoder til at finde oplysninger om løsningerne.

Litteratur:

Bruce P. Conrad, *Differential Equations with Boundary Value Problems*, kap.2.3, pp. 52 – 67 samt kap. 3.1, pp. 95 – 100.

Software: applet

Lærebogens websted giver adgang til automatisk udtegning af retningsfelter og (approksimative) løsningskurver: Fra `http://wps.prenhall.com/esm_conrad_diffeq_1` klikker man sig ind i et af kapitlerne og derfra videre til `ODE Solver`. På den næste side klikker man `DFIELD 2002.2`. Her får man et vindue `DFIELD Direction Field Window` med et retningsfelt for en given ligning $x' = x^2 - t$. Klikker man på et punkt inden for vinduet, udtegnes en (approlsimativ) løsningskurve til det given begyndelsesværdiproblem. Man kan undersøge sin "egen" differentialligning $x' = f(t, x)$: ligningen skal skrives i blanketten `DFIELD Equation Window`. Og så skal der bare leges! God fornøjelse!

Næste gang:

Fredag, den 12.9., kl. 8:15 – 12:00.
Forelæser: Horia Cornean.
Litteratur: Conrad, kap. 3.2 – 3.4, pp. 100 – pp. 117.

Fredrik Bajersvej 7G | 9635 8855 | raussen@math.auc.dk
9220 Aalborg Øst | http://www.math.auc.dk/~raussen