

## Vink til statistikk opgavesæt 1

6.2

- 3 i Vis, at  $E\hat{p} = p$   
ii Vis, at  $\text{Var}\hat{p} \rightarrow 0$  for  $n \rightarrow \infty$   
iii Husk, at  $\sigma_{\hat{p}} = \sqrt{\text{Var}\hat{p}}$

5 a  $X \sim h(k, N, n)$ , dvs.  $x \approx n \frac{k}{N}$

b  $X \sim g\left(\frac{k}{N}\right)$ , dvs.  $x \approx \frac{1}{\frac{1}{2k}}$

c -

7 Husk, at  $X \sim p(\lambda t)$

14 a. Bemærk, at  $p = 1 - \Phi\left(\frac{20 - \mu}{\sigma}\right)$

Indsæt estimatøren for  $\mu$  og  $\sigma$

b Bemærk, at  $\Phi\left(\frac{x - \mu}{\sigma}\right) = 0,95$

Indsæt igen, og løs ligningen mht.  $x$

6.3

17 Husk, at

$$\mu_A - \mu_B = \bar{x}_A - \bar{x}_B \pm z_{0,975} \sigma \sqrt{\frac{1}{n_A} + \frac{1}{n_B}}$$

21 a Kravet er  $z_{0,95} \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} < 0,05$ ,  $p \leq 0,2$

(begrundelse?)

b For hvilken værdi af  $p$  har  $p(1-p)$  maksimum?

c -

26 Mellemsresultat :  $\bar{s} = s \pm z \frac{s}{\sqrt{2n}}$

27 Mellemsresultat :  $\hat{\lambda} \sim N(\lambda, \frac{\lambda}{n})$  app.

6.4

33 X: # observationer af tallet 1 blandt n mulige,  
 der.  $X \sim b(n, p)$

Opskriv likelihood funktionen  $L(p)$ , og dernæst  
 loglikelihood funktionen  $l(p)$

Bestem  $\hat{p}$  ved at løse ligningen  $\frac{dl}{dp} = 0$

Tjek for maksimum ved at eftervise  $\left. \frac{d^2l}{dp^2} \right|_{p=\hat{p}} < 0$

34 i Mellemsresultater :  $L(b) = \frac{1}{(b-a)^n}$   
 $l(b) = -n \ln(b-a)$

ii Sæt  $\bar{x} = EX$

37 i Mellemsresultat :  $L(\theta) = e^{-(\sum x_i - n\theta)}$ ,  $\theta \leq x_i$  for alle i

Bemærk, at  $\max L(\theta) \sim \min(\sum x_i - n\theta) \sim \max \theta$

ii Mellemsresultat :  $EX = 1 + \theta$

38 a Mellemsresultat :  $EX = \frac{\theta}{\theta+1}$

b Mellemsresultat :  $l(\theta) = n \ln \theta + (\theta-1) \sum_k \ln x_k$

c Mellemsresultater :  $n I(\theta) = \frac{n}{\theta^2}$ ,  $\text{Var } \hat{\theta} = \frac{\theta^2}{n}$  app.

Benyt formelen først side 322.