Vink til statistik opgavesæt 2

6.5 43 Testvariabel : $X \sim b(8, \frac{1}{2})$ under H_0

i $\alpha = 2\,P(X=0)$

ii $\alpha = 0{,}0625$

44 a Testvariabel : $\sum X_i \sim p(20)$ under H_0

b Krav : $P(\sum X_i > x) < 0{,}1$

Facit : $C = \{27, 28, \dots\}$

c $\sum x_i = 34$

45 a Testvariabel : $Z = \dfrac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \sim N(0,1)$ under H_0

tosidet test

b $z_{obs} = 0{,}626$

48 Testvariabel : $Z = \dfrac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}} \sim N(0,1)$ appr. under H_0

opad ensidet test

$z_{obs} = 1{,}553$

50 $X_i \sim p(\lambda_i)$, $i = 1, 2$, uafh.

Testvariabel : $Z = \dfrac{X_1 - X_2 - 0}{\sqrt{\hat{\lambda}_1 + \hat{\lambda}_2}} \sim N(0,1)$ appr. under H_0

$z_{obs} = 3{,}683$

6.6 52 a Testvariabel $X \sim b(6, \frac{1}{2})$ under H_0

trykfejl i opgavetekst : p-værdi $= P(X \leq 1)$

p-værdi $= 0{,}1094$

fortsættes

52. fortsat

b Testvariabel : $X \sim g(\frac{1}{2})$ under H_0

p-værdi $= 0{,}0313$

c Uafhængighed mellem opkald

56 i $\alpha' = 1 - P(\text{alle accepteres}) = 1 - (1-\alpha)^k$

ii Facit : $k = 5$ $\quad (\alpha' = 0{,}2262)$

59 Testvariabel : $Z = \dfrac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\dfrac{p_0(1-p_0)}{n}}} \sim N(0,1)$ appr. under $H_0 : p = p_0$

$= 2\sqrt{n}\,(\hat{p} - \frac{1}{2}) \sim N(0,1)$ appr. under $H_0 : p = \frac{1}{2}$

a 'Forkast for $z_{obs} > 1{,}645$' svarer til et opad ensidet test med $\alpha = 0{,}05$

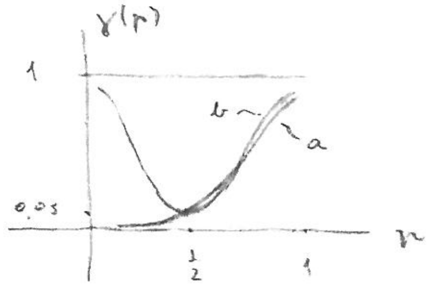
$$\gamma(p) = \Phi\left(\frac{2\sqrt{n}\,(p - \frac{1}{2}) - z_{0,95}}{2\sqrt{p(1-p)}}\right) \quad \text{jf. opg. 60 b}$$

b 'Forkast for $|z_{obs}| > 1{,}960$' svarer til et tosidet test med $\alpha = 0{,}05$

$$\gamma(p) = \Phi\left(\frac{2\sqrt{n}\,(\frac{1}{2} - p) - z_{0,975}}{2\sqrt{p(1-p)}}\right) + \Phi\left(\frac{2\sqrt{n}\,(p - \frac{1}{2}) - z_{0,975}}{2\sqrt{p(1-p)}}\right)$$

(udledt ud fra $\gamma(p) = P(Z \leq -z_{0,975}) + P(Z \geq z_{0,975})$)

Skitse :



60 Løs spørgsmål b før spørgsmål a

fortsættes

60 fortsat

b $\gamma(p) = P(Z \geq z_{1-\alpha})$

$Z = 2\sqrt{n}\,(\hat{p} - \frac{1}{2}) \sim N(0,1)$ app. under $H_0 : p = \frac{1}{2}$

$Z' = \dfrac{\hat{p} - p}{\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}} \sim N(0,1)$ app. under $H_A : p \neq \frac{1}{2}$

Omform uligheden $Z \geq z_{1-\alpha}$ til $Z' \geq \ldots$

Mellemresultat : $Z' \geq \dfrac{2\sqrt{n}\,(\frac{1}{2} - p) + z_{1-\alpha}}{2\sqrt{p(1-p)}}$

Facit : $\gamma(p) = \Phi\left(\dfrac{2\sqrt{n}\,(p - \frac{1}{2}) - z_{1-\alpha}}{2\sqrt{p(1-p)}}\right)$

(trykfejl i facitliste)

a Krav : $\Phi\left(\dfrac{2\sqrt{n}\,(0{,}6 - 0{,}5) - 1{,}645}{2\sqrt{0{,}6 \cdot 0{,}4}}\right) \geq 0{,}9$

Løs uligheden mht. n

Facit : $n \geq 211$

6.7 64 $\chi^2_{obs} = \sum_i \dfrac{(x_i - np_i)^2}{np_i} = \sum_i \dfrac{x_i^2}{np_i} - n$

Husk, at kravet $np_i \geq 5$ skal være opfyldt i alle klasser, ellers slå klasser sammen

65 i $X \sim p(\lambda)$, λ ukendt parameter

Estimator for λ : $\hat{\lambda} = \bar{X}$ (momentmetoden eller maksimum likelihood metoden)

$\hat{\lambda} = 1{,}1600$

\# frihedsgrader i χ^2-fordeling : $4 - 1 - 1 = 2$

↑ efter at klasser er slået sammen

fortsættes

65 fortsat

ii $X \sim g(p)$, p ukendt parameter

Estimator for p : $\hat{p} = \frac{1}{1+\bar{X}}$ (momentmetoden eller maksimum likelihood metoden)

$\hat{p} = 0{,}4630$

frihedsgrader i χ^2- fordeling : $4-1-1 = 2$

74 $$\chi^2_{obs.} = \sum_i \sum_j \frac{(x_{ij} - \hat{x}_{ij})^2}{\hat{x}_{ij}} = \sum_i \sum_j \frac{x_{ij}^2}{\hat{x}_{ij}} - n$$

$\hat{x}_{ij} = \frac{x_{i\cdot}\, x_{\cdot j}}{n}$, $n = \sum_i \sum_j x_{ij}$, $\hat{x}_{ij} \geq 5$ i alle celler

frihedsgrader i χ^2- fordeling : $(2-1)(4-1) = 3$