Vink til opgavesæt 6

2.6 62 a, b –

c Husk, at modellen svarer til ingen hukommelse.

d –

65 Mellemresultat : $\lambda = \frac{\ln 2}{58}$

68 (Svær opgave)

Lad X være din ekspeditionstid, og Y og Z ekspeditionstiderne ved det andet ekspeditionssted.

Vis først: $P(X>Y) = \frac{1}{2}$ (udnyt symmetri)

$$P(X>Y+Z \mid X>Y) = P(X>Z)$$

Facit: P(du går sidst) = $\frac{1}{4}$

2.7 70 a $T \sim N(\mu, \sigma^2)$, angiv μ og σ^2

b Udregn $P(T \le c) = \Phi\left(\frac{c-\mu}{\sigma}\right)$

c Udregn $P(a \le T \le b) = \Phi\left(\frac{b-\mu}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{a-\mu}{\sigma}\right)$

73 a $Y = g(X) = \begin{cases} X & \mid X < 100 \\ X-100 & \mid X \ge 100 \end{cases}$

b Intuitivt (lov om total middelværdi):

$$EY = EX\, P(X<100) + E(X-100)\, P(X \ge 100)$$

$$\Rightarrow EY = \mu - 100\left(1 - \Phi\left(\frac{100-\mu}{\sqrt{2}}\right)\right)$$

$$\Rightarrow \frac{d(EY)}{d\mu} = 1 - \frac{50}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(100-\mu)^2}{4}}$$

74 Mellemresultat : $EX = \int_0^\infty x \cdot 2x e^{-x^2}\, dx$

Substituer $x = \frac{u}{\sqrt{2}}$.

Husk, at $U \sim N(0,1)$ har tæthed $\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{u^2}{2}}$.

75 i Facit : $P(|X-\mu| > k\sigma) = 2\Phi(-k)$

ii Chebychev : $P(|X-\mu| > k\sigma) < \frac{1}{k^2}$

Udfyld fx skemaet

k	$2\Phi(-k)$	$\frac{1}{k^2}$
1		
2		
3		
4		
5		

<u>2.8</u> 81 Husk, at for $Y = g(X)$, g monoton, gælder

$$f_Y(y) = f_X(g^{-1}(y)) \left| (g^{-1})'(y) \right| .$$

82 -

84 a Benyt loven om total sandsynlighed.

Facit : Nej

b Benyt Bayes formel.

<u>2.9</u> 85 $\mu = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx$ (kont. var.)

m er løsning til ligningen $F(m) = \frac{1}{2}$ (kont. var.) *

x_m er det (de) punkt(er), hvor $f(x)$ har maksimum.

<u>2.10</u> 93 a Bemærk, at $P(X=k) = P(X=k, X \geq k)$

b i Facit : $P(X=k) = \frac{1}{6}$, $k = 1, \ldots, 6$

$r(k) = \frac{1}{7-k}$, $k = 1, \ldots, 6$

ii Bemærk, at $r(6) = 1$.

* Mere generelt (omfatter diskrete variable) :

m er enhver værdi, der opfylder $P(X \geq m) \geq \frac{1}{2}$ og $P(X \leq m) \geq \frac{1}{2}$

95 Husk, at $r(t) = \dfrac{f(t)}{1 - F(t)}$.

98 a Mellemresultater:

$$G(t) = \exp\left(-\tfrac{1}{3} a t^2\right)$$

$$F(t) = 1 - G(t)$$

a er løsning til $F(2) = \frac{1}{2}$

b Bemærk, at $P(L > 3) = G(3)$

Facit: $P(L > 3) = 0{,}0964$