

Vink til opgavesæt 8

3.6

50 i Husk, at middelværdioperatoren er linear.

ii Udnyt, at  $Y_1, \dots, Y_n$  er uafhængige

51 a Husk, at  $E[X^2] = \text{Var } X + (EX)^2$

b Bemærk, at  $(\sum X_i)^2 = \sum_i \sum_j X_i X_j = \sum_i X_i^2 + 2 \sum_{i < j} X_i X_j$

52  $X \sim \text{nb}(r, p)$

Sæt  $X = X_1 + \dots + X_r$ ,  $X_1, \dots, X_r$  uafhængige

Angiv fordelingen af  $X_j$ ,  $j = 1, \dots, r$ .

Angiv ligeledes  $EX_j$  og  $\text{Var } X_j$ .

Facit:  $EX = \frac{r}{p}$  og  $\text{Var } X = \frac{r(1-p)}{p^2}$ .

58 Lad  $X$  være # intakte par, og sæt  $X = \sum_j I_j$

Husk, at  $E I_j = P(I_j = 1)$ .

Benyt  $\frac{\# \text{ gunstige}}{\# \text{ mulige}}$  ved udregning af  $P(X_j = 1)$ .

61 Bemærk, at  $\left. \begin{matrix} x = x \\ z = \frac{y}{x} \end{matrix} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{matrix} x = x \\ y = zx \end{matrix} \right.$

Udregn Jacobideterminanten  $J(x, z)$ .

a Indsæt i  $f_{(x,z)}(x(x,z), y(x,z)) | J(x,z)|$

b i  $f_{(x,y)}(x,y) = e^{-(x+y)} \Rightarrow f_{(x,z)}(x,z) = \dots$

ii  $f_z(z) = \int_0^\infty f_{(x,z)}(x,z) dx = \dots$

63 Mellemresultater :

$$x = \frac{1}{2}(u+v)$$

$$y = \frac{1}{2}(v-u)$$

$$J(u,v) = \frac{1}{2}$$

64

$$f(r,\theta) = \frac{1}{2\pi}, \quad \text{def. m\u00e5dt.} = \text{cirkel}$$

$$J(x,y) = \frac{1}{J(r,\theta)} \Big|_{(r,\theta)=\dots} = \dots = \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2}}$$

3.7

68

(Svar opgave)

Benytt definition 3.7.1 s. 129 til opstilling af et udtryk for  $E[Y|X>b]$

Udled fordelingsfunktionen for  $X|X>b$  :

$$F_{X|X>b}(x) = \frac{P(X \leq x, X > b)}{P(X > b)} = \frac{P(b < X \leq x)}{1 - P(X \leq b)} = \dots$$

Bestem t\u00e6thedsfunktionen for  $X|X>b$  ved differentiation.

Udled det \u00e5nskede udtryk for  $E[X|X>b]$ .

72

Udregn  $E[Y|x]$  og benytt  $EY = E[E[Y|X]]$ .

73

Do.

c Udnyt, at  $e^{-x} \geq \frac{1}{e}$  for  $0 \leq x \leq 1$

76

-

80

Lad  $Y$  være H dobbeltkast indtil HH forekommer.

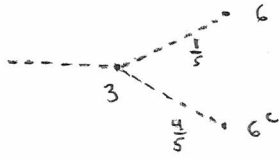
Angiv  $Y$ 's fordeling samt  $EY$ .

Bemerk, at 4 dobbeltkast svarer til 8 enkeltkast.

84

(Svar opgave)

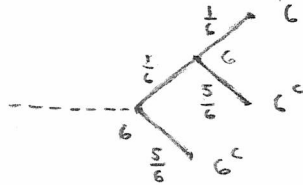
a



$$\text{-----} \rightarrow 3 : Y \sim g\left(\frac{1}{6}\right)$$

$$\text{-----} \rightarrow \begin{cases} 6 \\ 6c \end{cases} : Z \sim g\left(\frac{5}{6}\right)$$

b



$$\text{-----} \rightarrow 6 : Y \sim g\left(\frac{1}{6}\right)$$