

Fys1 og Nano3
Skriftlig prøveeksamen
d.3/10/2006

Dato: d.3 oktober 2006

Tidspunkt: Kl. 12:30–16:30

Sted: Rum 48 Handelsskolen, Langagervej 16, 9220 Aalborg.

Tilladte hjælpemidler: Alle sædvanlige hjælpemidler er tilladt (lærebøger, notater, osv.), med undtagelse af elektroniske hjælpemidler som lommeregner og bærbar computer.

Andet elektronisk udstyr må ikke medbringes. Dette inkluderer alle former for kommunikationsudstyr (mobiltelefon, PDA osv.), musikafspillere osv.

Eksamenssættet findes på den næste side.

Bemærkning: Ingen form for kommunikation mellem eksaminanderne er tilladt. For at bestå eksamenen, kræves der at få mindst 30 ud af 60 mulige point.

Opgave 1. Fladen S er defineret ved

$$\vec{R}(\theta, \phi) = (\sin(\theta) \cos(\phi), \sin(\theta) \sin(\phi), \cos(\theta)) \in \mathbb{R}^3, \theta \in [0, \pi], \phi \in [0, 2\pi]. \quad (1)$$

Vektorfeltet \vec{F} er givet ved:

$$\vec{F}(x, y, z) = (x - y, x + y, 2z), (x, y, z) \in \mathbb{R}^3. \quad (2)$$

1. (10 point) Skriv \vec{F} i sfæriske koordinater og beregn fluxintegralet gennem fladen $\int_S \vec{F} \cdot d\vec{\sigma}$, hvor

$$d\vec{\sigma} = \frac{\partial \vec{R}}{\partial \theta} \times \frac{\partial \vec{R}}{\partial \phi} d\theta d\phi.$$

2. (5 point) Bestem $\nabla \cdot \mathbf{F}$ og $\nabla \times \mathbf{F}$.
3. (5 point) Lad V være kuglen med radius $r = 1$. Bestem $\int_V \nabla \cdot \mathbf{F} dx dy dz$.

Opgave 2. (10 point) Lad \vec{G} være et virkårligt vektorfelt. Vis, at

$$\nabla \cdot (\nabla \times \nabla \times \vec{G}) = 0.$$

Opgave 3. (10 point) Bestem Fourier rækken for funktionen $f : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x) = \sin(\pi x) \cos^2(\pi x).$$

Vink: brug additionsformlerne gentagne gange.

Opgave 4. (20 point) Der er givet en ligning

$$-y''(x) + 3y(x) = \cos(\pi x), \quad 0 < x < 1. \quad (3)$$

Find en løsning som opfylder randbetingelsen $y(0) = y(1) = 1$.