Opgave 1. 1. Skriv $\vec{F}$ i sfæriske koordinater og beregn fluxintegralet gennem fladen $\int_S \vec{F}\cdot d\vec{\sigma}$, hvor

$$d\vec{\sigma} = \frac{\partial \vec{R}}{\partial \theta} \times \frac{\partial \vec{R}}{\partial \phi} d\theta\, d\phi.$$

SVAR:

$$\vec{F}(r,\theta,\phi) = r(1+\cos^2(\theta))\vec{e}_r - r\sin(\theta)\cos(\theta)\vec{e}_\theta + r\sin(\theta)\vec{e}_\phi$$

2. Bestem $\nabla \cdot \mathbf{F}$ og $\nabla \times \mathbf{F}$.

   SVAR:

$$\nabla \cdot \mathbf{F} = 4, \quad \nabla \times \mathbf{F} = 2\vec{k} = 2\cos(\theta)\vec{e}_r - 2\sin(\theta)\vec{e}_\theta$$

3. Lad V være kuglen med radius $r = 1$. Bestem $\int_V \nabla \cdot \mathbf{F}\; dxdydz$.

   SVAR:

$$\int_V \nabla \cdot \mathbf{F}\; dxdydz = \frac{16\pi}{3}$$

Opgave 2. SVAR: direkte beregning.

Opgave 3. SVAR:

$$f(x) = \frac{1}{4}\sin(3\pi x) + \frac{1}{4}\sin(\pi x)$$

Opgave 4. SVAR:

$$y(x) = 1 + \sum_{n\geq 1} \frac{a_n}{\pi^2 n^2 + 3}\sin(n\pi x),$$

hvor

$$a_1 = -\frac{12}{\pi}, \quad a_n = -\frac{(-1)^{n+1}-1}{(n+1)\pi} - \frac{(-1)^{n-1}-1}{(n-1)\pi} + 6\frac{(-1)^n - 1}{n\pi},\ n \geq 2$$