

Fys2 og Nano4
Skriftlig prøveeksamen
Onsdag d.14/03/2007

Dato: d.14 marts 2007

Sted: Langagervej 16, seminarrum 48

Varighed: 3 timer

Tilladte hjælpemidler: Alle sædvanlige hjælpemidler er tilladt (lærebøger, notater, osv.), med undtagelse af elektroniske hjælpemidler som lommeregner og bærbar computer.

Andet elektronisk udstyr må ikke medbringes. Dette inkluderer alle former for kommunikationsudstyr (mobiltelefon, PDA osv.), musikafspillere osv.

Eksamenssættet findes på den næste side.

Bemærkning: I må selv finde tre timer i løbet af onsdag formiddag for at løse opgaverne. Jeg (HC) skal ikke være til stedet. Ingen form for kommunikation mellem eksaminanderne er tilladt. For at bestå eksamenen, kræves der at få mindst 40 ud af 80 mulige point.

Opgave 1. Betragt ligningen:

$$x^2 y''(x) + 3xy'(x) + y(x) = 1, \quad x > 0. \quad (1)$$

1. (10 point) Find to lineært uafhængige løsninger til den homogene ligning.
2. (10 point) Find en partikulær løsning til den ikke homogene ligning, ved hjælp af konstanter variationsmetode.
3. (5 point) Find løsningen y som opfylder $y(1) = 0$ og $y'(1) = 0$.

Opgave 2. Betragt ligningen:

$$y''(x) + 9y(x) = x, \quad x \in \mathbb{R}. \quad (2)$$

1. (10 point) Find to lineært uafhængige løsninger til den homogene ligning, som rækkeløsninger i nærheden af $x_0 = 0$.
2. (10 point) Find en partikulær løsning til den ikke homogene ligning, ved hjælp af gættemetoden.
3. (5 point) Find løsningen y som opfylder $y(0) = 1$ og $y'(0) = 1$.

Opgave 3. En endimensionel kvantepartikel ligger i intervallet $[0, 1]$, og er beskrevet af bølgefunktionen $\psi(x) = C \sin(\pi x)$, hvor $C > 0$.

1. (5 point) Hvad skal C være således at $p(x) := \psi^2(x)$ er en tæthedsfunktion for koordinaten x , set som en stokastisk variabel X ?
2. (5 point) Find fordelingsfunktionen $F_X(x)$.
3. (10 point) Find $\text{var}(X)$.

Vink: $\sin^2(x) = \frac{1 - \cos(2x)}{2}$.

Opgave 4. (10 point) Vi måler to reelle stokastiske variable Ω og X . Middelværdien af Ω er $\mu_\Omega = 1$ og middelværdien af X er $\mu_X = \pi/4$. Deres varianser er $\sigma_\Omega^2 = \sigma_X^2 = 1/100$. Vi er interesserede i størrelsen $f(\Omega, X) = \sin(\Omega X)$. Find den relative fejl

$$\epsilon_f := \frac{\sigma_f}{f}.$$