

Mål og indhold: Vi har nu samlet en stribe eksempler på grupper: Eksempelvis permutationsgrupper S_n , alternerende grupper A_n , cykliske grupper C_n og deres undergrupper.

Desuden kender vi en overordnet struktursætning, Cayleys sætning, som siger, at enhver endelig gruppe G er isomorf til en undergruppe af permutationsgruppen S_n , hvor $n = |G|$.

Denne gang ser vi på følgende overordnede problemstilling: Lad H være en undergruppe i en gruppe G og $a \in G$. Den højre sideklasse $Ha = \{ha | h \in H\}$ er en delmængde af G . Studiet af sideklasser viser sig uhyre nyttigt:

(Højre-) Sideklasserne hørende til H giver en opdeling af G i disjunkte delmængder $\{Hg | g \in G\}$. En måde at se det på er, at relationen $a \sim_H b$, hvis $Ha = Hb$ er en ækivalensrelation. Antallet af elementer er det samme i hver sideklasse, nemlig $|H|$, altså er $|H|$ en divisor i $|G|$, når G er endelig. Dette er Lagranges sætning. Den har mange korollærer - e.g. hvis $|G|$ er et primtal, har G kun undergrupperne $\{1\}$ og G . Og vi kan konkludere, at G er cyklisk.

Komposition på sideklasser: $Ha * Hb = Hab$ giver ikke altid mening. Der er eksempler, hvor $Ha = Ha_1$, men $Hab \neq Ha_1b$, og så er kompositionen ikke *veldefineret*. Hvis H er en *normal* undergruppe opstår det problem ikke, og mængden af sideklasser udgør så en gruppe - en *faktorgruppe*. Vi når ikke til faktorgrupper denne gang, men de er grunden til, vi studerer normale undergrupper.

Desuden ser vi på diedergrupper ("dihedral") samt flytnings og symmetrigrupper.

Torsdag 24/3-2011, 9-12

Forelæsning: Sideklasser, Lagranges sætning og Diedergrupper.

Øvelser:

- Opgaven fra spiseseddel 2.
- 2.6.1, 2, 5, 6, 12, 13, 14, 17, 18, 23, 24
- 2.6.20, 21, 25, 26, 31, 34

Fredag 25/3-2011, 13-16

Forelæsning: Normale undergrupper. Flytnings og symmetrigrupper

Øvelser:

- 2.8.1, 2, 4, 5, 7, 11, 15, 22, 24
- 2.8.21, 25.

Arbejde i mellemprioden: Opgaverne ovenfor og desuden

- Læs kapitel 2.7 - især eksemplerne. Lav så opgave 1, 3, 4, 7.

Litteratur:

Til både torsdag og fredag: Nicholson. Kapitel 2.6-2.8

Med venlig hilsen
Lisbeth Fajstrup