Mål og indhold:

Ordet "Algebra" kommer fra arabisk, al-jabr (jeg kan ikke skrive arabiske bogstaver i LaTex), og historisk har algebra rødder i såvel arabisk/islamisk matematik, som indisk matematik. Se også lærebogen, Wikipedia, matematikhistoriesiderne på St. Andrews University eller f.eks. BBC serien "The story of Maths". I den traditionelle opdeling af matematik er der tre hovedgrene, geometri, analyse og algebra. Det dækker både over matematiske områder og over måder at tænke på. Den opdeling er på ingen måde skarp og definitiv, men groft sagt kan man beskrive det ved, at geometrisk tankegang er "i billeder", algebraisk er "med symboler" og analytisk involverer grænseovergange - noget uendelighed. Man kan have meget forskellige præferencer, også som professionel matematiker, og heldigvis kan mange matematiske emner anskues fra flere af disse vinkler - en væsentlig pointe, når man skal formidle matematik.

Algebra optræder i skolen som bogstavregning og dermed de overordnede regler for manipulation med tallene, såsom $(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$ og lignende. Dette udgør en meget lille del af algebra som matematisk område. Man kan sige, at $\mathbb{R}$, de reelle tal, $\mathbb{N}$, de naturlige tal, $\mathbb{Q}$, de rationale tal, $\mathbb{Z}$, de hele tal, og regnereglerne for disse er eksempler på algebraiske strukturer - disse eksempler udgør i sig selv *elementær* algebra. Mens studiet af strukturerne er abstrakt algebra.

Algebraiske strukturer findes mange andre steder end i tallene. F.eks. kan matricer adderes, multipliceres og inverteres under passende omstændigheder. Strukturen er anderledes end for tallene - for eksempel er AB generelt *ikke* lig BA for matricer. Polynomier kan adderes og multipliceres med hinanden. Funtioner kan adderes og multipliceres (og sommetider inverteres).

I algebra studeres strukturerne som sådan. Eksempel: Mængden $M = \{a, b\}$ har en komposition, $*$, som er givet ved $a * a = a$, $a * b = b = b * a$, $b * b = b$. Man tænker ikke på *hvad* det er, man kan bruge $*$ på, altså hvad a og b er, men hvilke regler der gælder. Eksempelvis er a et *neutralelement* - $a * x = x * a = a$ for alle $x \in M$. $*$ er en kommutativ komposition: $x * y = y * x$ for alle $x, y \in M$.[1]

Den slags abstraktion illustrerer en af matematikkens store styrker: Man studerer en struktur i sig selv og ved så efterfølgende noget om alle strukturer med de samme egenskaber, uanset om der opereres på matricer, funktioner, delmængder af planen, eller (for nu at gøre det endnu mere abstrakt) på en mængde af strukturer...

[1] En konkret udmøntning af $M, *$ er $a = 1$, $b = 0$ og $*$ er multiplikation af hele tal.

FREDRIK BAJERSVEJ 7G 9940 8848 FAJSTRUP@MATH.AAU.DK
9220 AALBORG ØST

Kursets gang:

Kurset har to undervisere. Lisbeth Fajstrup og Diego Ruano. Vi deler kurset på midten, så Lisbeth er ansvarlig for den første halvdel og Diego for resten. Der er skriftlig eksamen i kurset, og der vil blive såvel individuelle opgaver i ugerne mellem kursusgangene som opgaver til kursusgangene. Der er mulighed for at aflevere og få rettet opgaver undervejs. Desuden vil der være opgaver, som afleveres, rettes og genafleveres. Hovedreferencen er bogen af Nicholson, som I kan se præcise data for nedenfor.

Litteratur:

W. Keith Nicholson: *Introduction to Abstract Algebra* Third Edition. Wiley 2007. Er bestilt hjem til boghandlen.

Øvelser og andre aktiviteter til næste gang: Inden første kursusgang bør I have læst bogens kapitel 0 Preliminaries. Det meste har I mødt i Diskret Matematik. Desuden regner jeg med, I har styr på 1.1 og 1.2. Ellers samler vi det op undervejs.

Med venlig hilsen
Lisbeth Fajstrup

Fredrik Bajersvej 7G — 9940 8848 — fajstrup@math.aau.dk
9220 Aalborg Øst