Længde og vinkelmåling på flader. Konforme og arealtro kort.

- Vinkel- og arealberegning vha. 1. fundamentalform
- 1.Fundamentalform for vinkelbevarende og arealbevarende projektioner.
- Målforhold ved konforme projektioner
- Konform cylinderprojektion.
- En arealtro cylinderprojektion
- Konform planprojektion. Den stereografiske planprojektion

Generelt. Første fundamentalform for hhv. kugle/ellipsoide og kortet giver beregning af vinkelforvanskning og arealforvanskning. Omvendt kan første fundamentalform bruges, når man konstruerer vinkelbevarende og arealbevarende kort.

Litteratur: Kortprojektioner Kapitel 7 og 8.

Hjemmeopgaver.

Opgaver.

- Hvorfor vil landinspektører have konforme kort?
- Archimedes' projektion:
$$f(\lambda, \varphi) = (\lambda, \sin\varphi)$$
er arealbevarende. Udregn koefficienterne til første fundamentalform og vis, at vinkler ikke er bevaret.
- Mercatorprojektionen fra kuglen med radius 1 er givet ved
$$f(\lambda, \varphi) = (\lambda, \ln(\tan(\pi/4 + \varphi/2)).$$
Brug jeres udregning af koefficienterne til første fundamentalform fra eksamensopgave 1 til at vise, at projektionen *ikke* bevarer arealer.
- Udregn koefficienterne til første fundamentalform, $\tilde{E}$, $\tilde{F}$ og $\tilde{G}$ for stereografisk projektion $f(\lambda, \varphi) = (2 \cdot \frac{\cos\varphi}{1+\sin\varphi} \cdot \cos\lambda, 2 \cdot \frac{\cos\varphi}{1+\sin\varphi} \cdot \sin\lambda)$. Vis, at stereografisk projektion er konform.
- En parameterfremstilling for en rotationsellipsoide med halvakser a og b er givet ved
$$X(\varphi, \lambda) = (N \cdot \cos\varphi \cdot \cos\lambda, N \cdot \cos\varphi \cdot \sin\lambda, N \cdot (1 - e^2) \cdot \sin\varphi).$$
Hvor
$$e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2}$$
og
$$N = \frac{a^2}{\sqrt{a^2\cos^2\varphi + b^2\sin^2\varphi}}$$

FREDRIK BAJERSVEJ 7G
9220 AALBORG ØST
FREDERIKSKAJ 10A
2450 KØBENHAVN SV

9940 8848
9940 9989

FAJSTRUP@MATH.AAU.DK
OTTOSEN@MATH.AAU.DK

Ved ihærdig differentiation fås

$$X_\lambda(\lambda,\varphi) = (-N\cos\varphi\sin\lambda, N\cos\varphi\cos\lambda, 0)$$
$$X_\varphi(\lambda,\varphi) = (-M\sin\varphi\cos\lambda, -M\sin\varphi\sin\lambda, M\cos\varphi)$$

Hvor

$$M = \frac{a^2b^2}{(a^2\cos^2\varphi + b^2\sin^2\varphi)^{3/2}}$$

Bestem fladens 1. fundamentalform og en formel for arealet af den del af ellipsoiden, der ligger mellem breddegraderne/parallellerne ved φ_0 og φ_1 og mellem længdegraderne/meridianerne λ_0 og λ_1. (Alt dette skal kun udtrykkes ved M, N, λ og φ, og I skal ikke forsøge at regne integralet ud i formlen for arealet. I kan eksperimentere med det i Maple.) Hvordan ser formlen ud, hvis $a = b = R$? Her kan I regne integralet ud.

Løsninger

Opgave 2: $\tilde{E} = 1$, $\tilde{F} = 0$, $\tilde{G} = \cos^2\varphi$

Opgave 4: $\tilde{E} = \frac{4\cos^2\varphi}{(1+\sin\varphi)^2}$, $\tilde{F} = 0$, $\tilde{G} = \frac{4}{(1+\sin\varphi)^2}$.

Opgave 5: $E = N^2\cos^2\varphi$, $F = 0$, $G = M^2$

Når $a = b$ er arealet $(\lambda_1 - \lambda_0)R^2(\sin\varphi_1 - \sin\varphi_0)$

Næste gang. Stereografisk projektion, Mercatorprojektion og Transversale Mercatorprojektioner. Litteratur: Kortprojektioner kapitel 8, Lisbeths noter om Mercatorprojektion og Transversal Mercatorprojektion, Mads Hvolbys note om UTM. Findes på kursushjemmesiden under Noter. Studer Mercatorprojektionen på

`http://www.uff.br/mapprojections/mp_en.html`

(Lige nu virker det ikke i Chrome på min Windows maskine, men er ok på min Linux maskine. Så måske kan I få det til at virke...)

Balstrøm, Boddum og Jacobi: Bogen om GIS og Geodata. 3.2.1 og 3.2.2

Venlig hilsen
Lisbeth Fajstrup & Iver Ottosen

FREDRIK BAJERSVEJ 7G
9220 AALBORG ØST
FREDERIKSKAJ 10A
2450 KØBENHAVN SV
9940 8848
9940 9989
FAJSTRUP@MATH.AAU.DK
OTTOSEN@MATH.AAU.DK