AALBORG UNIVERSITET
MATEMATISK ANALYSE 2
MAT2 - FORÅR 2010 **Spiseseddel 6** 19. februar 2010

Dagens program: Sidste gang indførtes Riemann integralet. Denne gang ser vi på egenskaber ved integralet. Lad i det følgende $f, g : [a, b] \to \mathbb{R}$ være integrable.

- Integralet er lineært: lad $c, d \in \mathbb{R}$. Da er funktionen $cf + dg$ integrabel på $[a, b]$ med $\in_a^b (cf + dg)(x)dx = c \in_a^b f(x)dx + c \int_a^b g(x)dx$.(6.15)
- f er integrabel på $[a, e]$ og på $[e, b]$ for ethvert $e \in [a, b]$ og $\int_a^b f(x)dx = \int_a^e f(x)dx + \int_e^b f(x)dx$. (6.12)
- Hvis $f(x) \leq g(x)$ for alle $x \in [a, b]$, så er $\int_a^b f(x)dx \leq \int_a^b g(x)dx$ (6.13)
- Hvis $|f| : [a, b] \to \mathbb{R}$ er integrabel, så er $|\int_a^b f(x)dx| \leq \int_a^b |f(x)|dx$ (6.16)

En kontinuert funktion på et lukket begrænset interval er integrabel.
Uegentlige integraler: Fitzpatrick definerer ikke integraler så generelt som I har brug for det i f.eks. sandsynlighedsteori:

Definition 0.1. *Lad* $f :]a, b[\to \mathbb{R}$*, hvor vi tillader* $a = -\infty$ *og* $b = \infty$*. Da er* f lokalt integrabel*, hvis* $f|_{[c,d]}$ *er integrabel for ethvert lukket delinterval* $[c, d] \in]a, b[$*.* f *er uegentligt integrabel på* $]a, b[$*. hvis* f *er lokalt integrabel og* $\int_a^b f(x)dx = \lim_{c \to a+}(\lim_{d \to b-} \int_c^d f(x)dx)$ *eksisterer og er endelig.*

Man kan vise, at denne definition er uafhængig af ordenen af de to grænser.
Litteratur: Afsnit 6.3 og 6.4.

8.15-8.45 Repetition og perspektivering.

9:25–11.25 Opgaveregning (i grupperummene).

- 6.1.6
- Læs og forstå Eksempel 6.10
- 6.2.2
- 6.2.4 - i b) skal der stå $\int_a^b 1dx = b - a$
- 6.2.6 a)
- 6.2.7

8.50-9:25 & 11.25–12.00 Forelæsning om *Riemann-integralet*.

FREDRIK BAJERSVEJ 7G 9940 8848 LISBETH FAJSTRUP
9220 AALBORG ØST FAJSTRUP@MATH.AAU.DK

Til aflevering inden starten af kursusgangen 3/3: (Reeksamen sommeren 2007 Opgave 1.) En række af funktioner er givet ved $\Sigma_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^2+1} x^n$ (1)

1. Vis, at rækken (1) konvergerer punktvist for $x \in]-1,1[$.
2. Vis, at rækken konvergerer uniformt på $[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$.
3. Er rækken konvergent når x = -1? Hvad med x = 1?

Og fra eksamen 2009, opgave 1:

- Afgør, om rækken $\Sigma_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-n}}{1+e^{-n}}$ er konvergent eller divergent.
- Afgør om rækken $\Sigma_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(n)}{2n^2+\sin n}$ er konvergent eller divergent.
- Bestem konvergensradius for potensrækken $\Sigma_{n=0}^{\infty} 2^{2n} x^n$. Gør rede for, at for $x = \frac{1}{8}$ er summen af denne potensrække lig $\frac{2}{3}$.

Med venlig hilsen
Lisbeth Fajstrup

FREDRIK BAJERSVEJ 7G 9940 8848 LISBETH FAJSTRUP
9220 AALBORG ØST FAJSTRUP@MATH.AAU.DK