Dagens program:

De to resultater, vi fokuserer på idag, kaldes tilsammen "Analysens fundamentalsætning". Første del er om integration af afledte:
Lad $F : [a,b] \to \mathbb{R}$ være kontinuert, og antag F er C^1 på $]a,b[$ med F' begrænset. Da er $\int_a^b F'(x)dx = F(b) = F(a)$.
Anden del er om differentiation af integraler: For en kontinuert funktion $f : [a,b] \to \mathbb{R}$ gælder $\frac{d}{dx}(\int_a^x f(t)dt) = f(x)$ når $x \in]a,b[$.
Specielt, for $f : I \to \mathbb{R}$ en kontinuert funktion: $F(x) = y_0 + \int_{x_0}^x f(t)dt$ er en løsning til differentialligningen

1. $F'(x) = f(x)$ for alle $x \in I$ og
2. $F(x_0) = y_0$.

Og det er den eneste løsning iflg. identitetskriteriet (4.20). Vi har således eksistens og entydighed af løsning til begyndelsesværdiproblemet 1) og 2). Det ser vi mere til næste gang.
Teorien for integraler er meget omfattende, og vi har kun snuset til den. For eksempel vil vi ikke bevise følgende: Lad $f, g : [a,b] \to \mathbb{R}$ være integrable, så gælder

- $|f|$ er integrabel
- fg er integrabel (specielt er f^2 og g^2 integrable)

Litteratur: Afsnit 6.5, 6.6 og 7.1.

8.15-8.45 Repetition og perspektivering.

9:25–11.25 Opgaveregning (i grupperummene).

- 6.4.1
- 6.4.3
- 6.4.5
- Se definitionen af uegentlige integraler fra sidste spiseseddel. Vis, at følgende integraler eksisterer og udregn værdien af disse.
  1. $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x}}dx$ (Jeg får 2)
  2. $\int_1^\infty \frac{1}{x^2}dx$ (Jeg får 1)
- For hvilke p er f uegentligt integrabel på I i de følgende:
  1. $f(x) = \frac{1}{x^p}$, $I =]1, \infty[$
  2. $f(x) = \frac{1}{x^p}$, $I =]0, 1[$

FREDRIK BAJERSVEJ 7G 9940 8848 LISBETH FAJSTRUP
9220 AALBORG ØST FAJSTRUP@MATH.AAU.DK

3. $f(x) = \sin(x)$, $I =]0, \infty[$

8.50-9:25 & 11.25–12.00 Forelæsning.

Med venlig hilsen
Lisbeth Fajstrup

Fredrik Bajersvej 7G 9940 8848 Lisbeth Fajstrup
9220 Aalborg Øst fajstrup@math.aau.dk