Dagens program: Vi fortsætter studiet af følger af *funktioner* - vi skal desuden studere rækker af *funktioner*.

Vi skal se nærmere på *uniform* konvergens. Lad $f_n : E \to \mathbb{R}$. Følgen f_n konvergerer uniformt mod f på E, hvis der til ethvert $\varepsilon > 0$ findes $N \in \mathbb{N}$, så for $n \geq N$ er $|f(x) - f_n(x)| < \varepsilon$ *for ethvert* $x \in E$. (Ja, det minder om uniform kontinuitet...)

En uniformt konvergent følge af kontinuerte funktioner har kontinuert grænsefunktion (9.31). En uniformt konvergent følge af integrable funktioner har integrabel grænsefunktion og integralet fås som grænsen for følgen af integraler $\int_E f(x)dx = \lim_{n\to\infty} \int_E f_n(x)dx$ (9.32). For differentiable funktioner er det mere indviklet: Lad I være et åbent interval og lad $f_n : I \to \mathbb{R}$ være en følge af differentiable funktioner, som konvergerer punktvis på I. Hvis de afledte konvergerer uniformt $f'_n \to g$, er følgen f_n uniformt konvergent med differentiabel grænsefunktion, og $(\lim_{n\to\infty} f_n)'(x) = \lim_{n\to\infty}(f'_n(x)) = g(x)$ (9.33). (Bogen antager de afledte er kontinuerte (f_n er C^1. Det er ikke nødvendigt, men beviset bliver noget nemmere, så det holder vi os til.)

En potensrække er en række på formen $\Sigma_{n=0}^{\infty} a_k(x - x_0)^k$ hvor x_0 er centrum for rækken. Vi vil oftest lade $x_0 = 0$. *Konvergensområdet* for rækken er $D = \{x \in \mathbb{R} | \Sigma_{n=0}^{\infty} a_k(x - x_0)^k \text{ er konvergent}\}$ og man definerer $f : D \to \mathbb{R}$ ved $f(x) = \Sigma_{n=0}^{\infty} a_k(x - x_0)^k$. Konvergensområdet er næsten symmetrisk: Der findes et R, så $]x_0 - R, x_0 + R[\subseteq D \subseteq [x_0 - R, x_0 + R]$. R kaldes *konvergensradius* for rækken. Desuden konvergerer potensrækken *uniformt* på ethvert lukket interval $[a, b] \subseteq D$. (Prop 9.40).

Litteratur: Fitzpatrick 9.4 og 9.5 inklusive side 259.

08:15–08:45 Repetition og perspektivering: Rodkriteriet og kvotientkriteriet, absolut konvergens, uniform konvergens.

09:25–11:25 Opgaveregning (i grupperummene). **Regn** *mindst* **5 (fem) opgaver på opgavesiden om konvergens af rækker**(- findes på kursushjemmesiden - den hedder "rigtig mange opgaver om rækker") **regn opgaverne HJEMMEFRA!**

- Opgave 9.3.1, 9.3.2, 9.3.3, 9.3.6, 9.3.4

FREDRIK BAJERSVEJ 7G 9940 8848 LISBETH FAJSTRUP
9220 AALBORG ØST FAJSTRUP@MATH.AAU.DK

8:50-9:25 11:25–12:00 Forelæsning som beskrevet ovenfor.

Med venlig hilsen
Lisbeth Fajstrup

FREDRIK BAJERSVEJ 7G 9940 8848 LISBETH FAJSTRUP
9220 AALBORG ØST FAJSTRUP@MATH.AAU.DK