



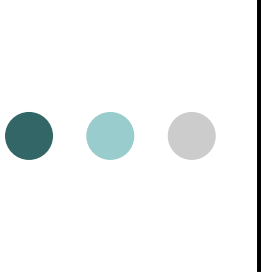
# Hypotesetest

## Hypoteser

$H_0$ : Nul-hypotesen er en formodning, der skal testes

$H_1$ : Den alternative hypotese dækker alternativet til  $H_0$

Bemærk: Hypotesen kan enten **afvises** eller **ikke afvises** – den accepteres aldrig.



# Hypotesetest

## Eksempler på hypoteser

Middelhøjde af mænd er 1.80  
cm:

$$H_0 : \mu = 180$$

$$H_1 : \mu \neq 180$$

Middelalderen hvor folk flytter  
hjemmefra er større end  
18 år:

$$H_0 : \mu \geq 18$$

$$H_1 : \mu < 18$$

Mælk koster i middel 2 kr mere  
i 7-11 end i Brugsen:

$$H_0 : \mu_{7-11} - \mu_b = 2$$

$$H_1 : \mu_{7-11} - \mu_b \neq 2$$



# Hypotesetest

## En-sidet og to-sidet test

En-sidet test:

$$H_0 : \theta \geq \theta_0$$

$$H_0 : \theta \leq \theta_0$$

$$H_1 : \theta < \theta_0$$

$$H_1 : \theta > \theta_0$$

To-sidet test:

$$H_0 : \theta = \theta_0$$

$$H_1 : \theta \neq \theta_0$$



# Hypotesetesters Teststørrelser

Teststørrelse: en stikprøvefunktion  $\theta$ , der fortæller om en hypotese kan afvises eller ej

Kritisk område: hvis  $\theta$  ligger i det kritiske område afvises hypotesen

Kritiske værdier: grænserne til det kritiske område

# Hypotesetest

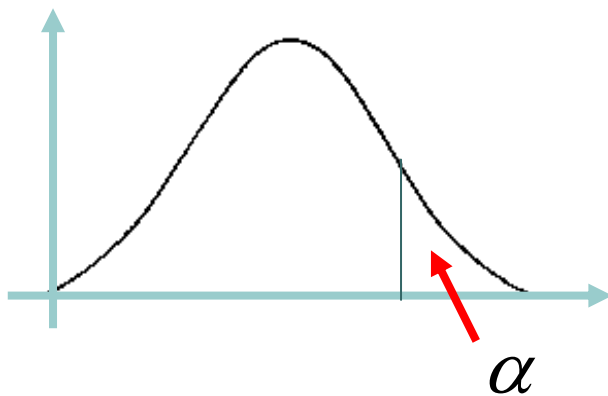
## Type I og type II fejl

Type I fejl:  $H_0$  afvises, men er sand.

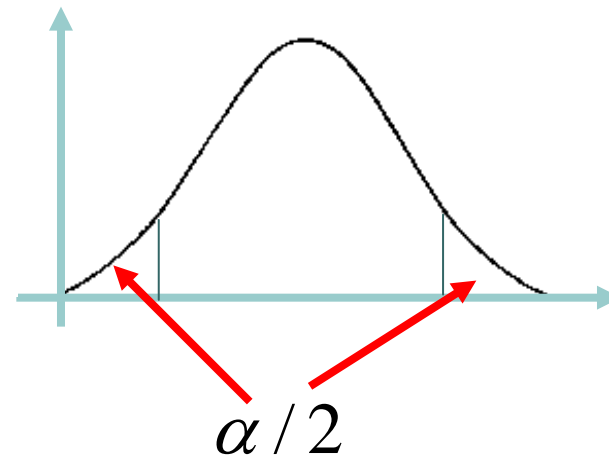
Type II fejl:  $H_0$  afvises ikke, men er falsk.

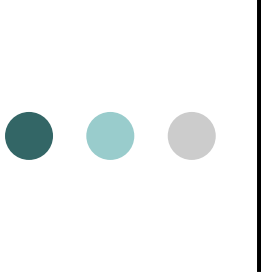
Signifikansniveau:  $\alpha$  er sandsynligheden for en type I fejl

En-sidet test



To-sidet test





# Test for middelværdi Varians kendt (to-sidet)

Hypotese:

$$H_0 : \mu = \mu_0$$

$$H_1 : \mu \neq \mu_0$$

Signifikansniveau:

$$P\left(-z_{\alpha/2} < \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}} < z_{\alpha/2}\right) = 1 - \alpha$$

Teststørrelse:

$$z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}}$$

Kritiske værdier:

$$-z_{\alpha/2}, z_{\alpha/2}$$

Resultat: Afvis  $H_0$  hvis  $z$  ikke ligger mellem de kritiske værdier

# Test for middelværdi Varians kendt

**Opgave:** Anders mener, at en flyrejse til Paris gennemsnitligt koster 5000 kr. Han finder gennemsnitprisen på 10 rejser til at være 4850 kr.



1. Opstil Anders hypotese.
2. Hvis vi antager at standard afvigelsen på flyrejser er 100 kr, er Anders hypotese rimelig ved et signifikansniveau på 0.05?

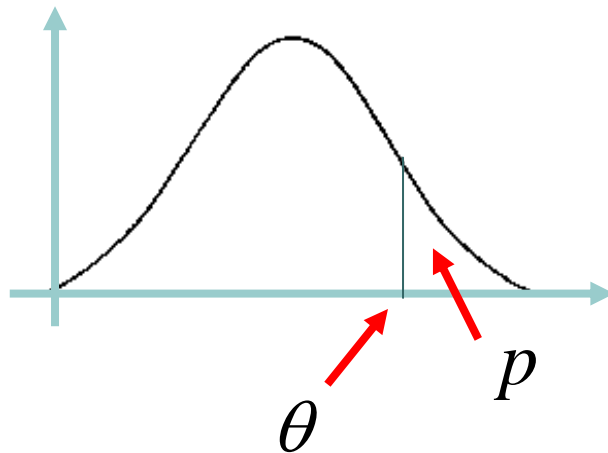
# Hypotesetest

## P-værdi

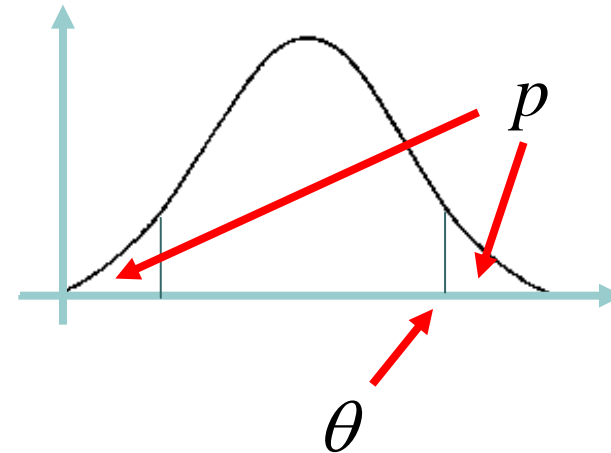
P-værdien er sandsynligheden for at observere noget der er mere ekstremt end det observerede under  $H_0$

En hypotese afvises, hvis  $p < \alpha$

En-sidet test



To-sidet test





# Test for middelværdi Varians kendt

**Opgave (fortsat):** Anders mener, at en flyrejse til Paris gennemsnitligt koster 5000 kr. Han finder gennemsnitprisen på 10 rejser til at være 4850 kr.

3. Beregn p-værdien og sammenlign med signifikansniveauet (standard afvigelsen er stadig antaget til 100 kr).





# Hypotesetest og konfidensintervaller

Sammenhæng med konfidensinterval:

$$-z_{\alpha/2} < \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}} < z_{\alpha/2}$$



$$\bar{x} - z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu_0 < \bar{x} + z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Dvs.,  $H_0$  hypotesen  $\mu = \mu_0$  afvises hvis og kun hvis  $\mu_0$  ligger i konfidensintervallet



# Test for middelværdi Varians kendt (en-sidet)

Hypotese:

$$H_0 : \mu \geq \mu_0$$

$$H_1 : \mu < \mu_0$$

Signifikansniveau:

$$P\left(-z_\alpha < \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}}\right) = 1 - \alpha$$

Teststørrelse:

$$z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}}$$

Kritisk værdi:

$$-z_\alpha$$

Resultat: Afvis  $H_0$  hvis  $z$  ikke ligger over den kritiske værdi

# Test for middelværdi Varians ukendt (to-sidet)

Hypotese:

$$H_0 : \mu = \mu_0$$

$$H_1 : \mu \neq \mu_0$$

Signifikansniveau:

$$P\left(-t_{\alpha/2, n-1} < \frac{\bar{X} - \mu_0}{s / \sqrt{n}} < t_{\alpha/2, n-1}\right) = 1 - \alpha$$

Teststørrelse:

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s / \sqrt{n}}$$

Kritiske værdier:

$$-t_{\alpha/2, n-1}, t_{\alpha/2, n-1}$$

Resultat: Afvis  $H_0$  hvis  $z$  ikke ligger mellem de kritiske værdier



# Hypotesetest

## Et par bemærkninger

Tests findes i en to-sidet og to et-sidede versioner med kun få ændringer:

- Hypotese:  $<$ ,  $=$ , eller  $>$
- Kritiske værdier: øvre, nedre – brug  $\alpha$   
eller begge – brug  $\alpha / 2$

Man kan afvise dem på tre **ækvivalente** måder:

- Ligger teststørrelsen udenfor de kritiske værdier?
- p-værdi
- Konfidensinterval (kun to-sidet)