DMat-04

Metoder til at bevise $p \to q$:

- **Direkte bevis:** Antag p er sand og argumentér for at så er q også sand.

- **Bevis ved kontraposition** (indirekte bevis): Giv et direkte bevis for det kontrapositive udsagn: $\neg q \to \neg p$.
  Vi ved at $p \to q \equiv \neg q \to \neg p$.

- **Bevis ved modstrid** (indirekte bevis): Antag $\neg(p \to q)$ og benyt dette til at komme til en modstrid.
  $\neg(p \to q) \equiv p \land \neg q$.

Bevis ved modstrid er desuden særdeles velegnet til at bevise at noget ikke eksisterer.

Bevis ved **inddeling i tilfælde**:
Metode til at bevise $p \to q$,
hvor p er ækvivalent med $p_1 \vee p_2 \vee \ldots \vee p_n$:
For at bevise

$$(p_1 \vee p_2 \vee \ldots \vee p_n) \to q$$

beviser vi det ækvivalente udsagn

$$(p_1 \to q) \wedge (p_2 \to q) \wedge \ldots \wedge (p_n \to q).$$

Dette gøres ved at bevise hver af de n udsagn

$$p_1 \to q, \quad p_2 \to q, \; \ldots \; \text{og} \; \; p_n \to q.$$

For at bevise at 4 udsagn p_1, p_2, p_3, p_4 er **ækvivalente**
beviser vi $p_1 \to p_2,\ p_2 \to p_3,\ p_3 \to p_4$ og $p_4 \to p_1$.

“**Definition.**” En mængde er en samling af objekter.

Lad A og B være mængder.

A og B er **samme mængde**, skrives $A = B$, hvis og kun hvis

$$\forall x(x \in A \leftrightarrow x \in B).$$

A siges at være **delmængde** af B, skrives $A \subseteq B$, hvis og kun hvis $\forall x(x \in A \rightarrow x \in B)$.

Nye mængder fra andre mængder:

Potensmængde: $P(A)$ er mængden af alle delmængder af A

Kartesisk produkt: $A \times B = \{(a, b) \mid a \in A \wedge b \in B\}$.

Eksempel:

Hvis $S = \{a, b, c\}$ så er

$$P(S) = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}\}.$$