DMat-9

4.2: Stærk induktion.

For $n \in \mathbb{Z}$ lad $P(n)$ betegne et udsagn, der kan være sandt eller falsk. Sandhedsværdien kan være forskellig for forskellige værdier af n.

Induktionsprincippet: For at bevise at $P(n)$ er sand for alle $n \geq 1$ skal vi
Basisskridt: bevise at $P(1)$ er sand.
Induktionsskridt: bevise at der for ethvert $k \geq 1$ gælder: hvis $P(1), \ldots, P(k)$ alle er sande så er $P(k+1)$ også sand.

Man kan eventuelt ændre alle røde 1-taller til et andet tal b. Det grønne 1-tal må ikke ændres.

4.3: Rekursivt definerede funktioner (følger).

For at definere en uendelig følge

$$f(0), f(1), f(2), \ldots$$

skal vi

Basisskridt: angive en værdi for $f(0)$

Rekursionsskridt: for ethvert $n \geq 0$ angive hvordan man bestemmer $f(n+1)$ fra $f(0), \ldots, f(n)$.

Man kan eventuelt ændre alle røde 0'er til et andet tal b.

Fibonaccitallene $f_0, f_1, f_2, \ldots$ defines rekusivt ved

Basisskridt:

$f_0 = 0$

$f_1 = 1$

Rekursionsskridt:

for $n \geq 2$ er $f_n = f_{n-2} + f_{n-1}$

$$0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, \ldots$$

Sætning For $n \geq 3$ er

$$f_n > \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^{n-2}$$

Rekursivt definerede mængder.

For at definere en mængde S rekursivt skal vi
Basisskridt: angive et eller flere elementer, der tilhører S
Rekursionsskridt: angive en eller flere regler, der hver ud fra et eller flere elementer i S konstruerer et nyt element i S.