Eksamen i Diskret Matematik, 17. januar 2011.

Facit/kortfattet løsning til udvalgte opgaver

Opgave 1.1 For ethvert x gælder enten at p går op i x eller x har en invers modulo p.
Opgave 1.2 Sand for $p = 1$ og når p er et primtal. Hvis $p = ab$, $1 < a, b < p$ så er det ikke sandt: sæt $x = a$.

Opgave 3
$m_1 = 3, m_2 = 4, m_3 = 5, m = m_1 m_2 m_3 = 60.$
$M_1 = 20, M_2 = 15, M_3 = 12$
$a_1 = 1, a_2 = 2, a_3 = 3$
$\gcd(M_1, m_1) = 1 = -1 \cdot 20 + 7 \cdot 3, \quad y_1 = -1$
$\gcd(M_2, m_2) = 1 = -1 \cdot 15 + 4 \cdot 4, \quad y_2 = -1$
$\gcd(M_3, m_3) = 1 = -2 \cdot 12 + 5 \cdot 5, \quad y_3 = -2$
$a_1 M_1 y_1 + a_2 M_2 y_2 + a_3 M_3 y_3 = -122.$
x er altså løsning hvis og hvis $x \equiv -122 \pmod{60}$. (F.eks. $x = 58$.)

Opgave 7.2 Samme metode som Example 4, side 287.

Opgave 9 Vi skal tælle klassedelinger af A.

Antal klassedelinger med 5 klasser af størrelse 1, 1, 1, 1, 1:	1
Antal klassedelinger med 4 klasser af størrelse 2, 1, 1, 1	
(Klassen af størrelse 2 kan vælges $\binom{5}{2} = 10$ måder):	10
Antal klassedelinger med 3 klasser af størrelse 3, 1, 1:	
(Klassen af størrelse 3 kan vælges $\binom{5}{3} = 10$ måder):	10
Antal klassedelinger med 3 klasser af størrelse 2, 2, 1:	
(Første klasse kan vælges på $\binom{5}{2} = 10$ måder.	
Derefter kan anden klasse vælges på $\binom{3}{2} = 3$ måder.	
Første og anden klasse kan permuteres. Altså $\frac{10 \cdot 3}{2!} =$	15
Antal klassedelinger med 2 klasser af størrelse 4, 1:	
(Klassen af størrelse 4 kan vælges $\binom{5}{4} = 5$ måder):	5
Antal klassedelinger med 5 klasser af størrelse 3, 2:	
(Klassen af størrelse 3 kan vælges $\binom{5}{3} = 10$ måder):	10
Antal klassedelinger med 1 klasse af størrelse 5:	1
Samlet antal:	52

Opgave 11.1 $3^{16} \mod 17 = 1$, ifølge Fermats sætning, side 239.
Opgave 11.2 $3^{18} \mod 17 = 3^2 = 9$
Opgave 11.3 $3^{15} \mod 17 = 6$. Brug "modular exponentiation" (eller udnyt at $3^{15} \mod 17$ ifølge 11.1 er invers til 3 modulo 17.

Opgave 12.1 nm

Opgave 14.1 $(1101)_2$ og $(1111)_2$
Opgave 14.2 $(11000011)_2$

Opgave 15 Dybde først søgning. Undersøg om alle punkter besøges.