Minste kvadraters løsning til $A\bar{x} = \bar{b}$

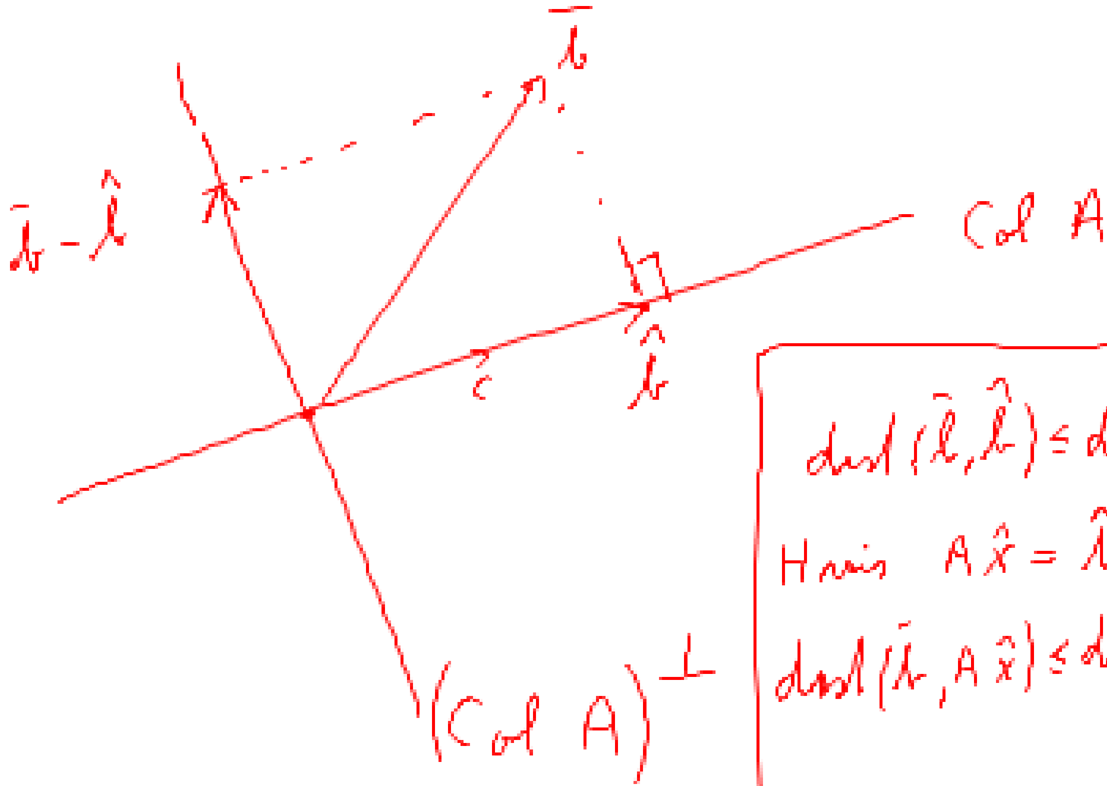
er $\hat{x}$ så $A\hat{x}$ er nærmest gitt $\bar{b}$

$\in \mathrm{Col}\, A$

$\hat{b}$ er nærmest gitt $\bar{b}$ i $\mathrm{Col}\, A$

Minste kvadraters løsning til $A\bar{x} = \bar{b}$

er en løsning til $A\bar{x} = \hat{b}$



$\text{dist}(\bar{b}, \hat{b}) \le \text{dist}(\bar{b}, \bar{c})$

Hmin $A\hat{x} = \hat{b}$

$\text{dist}(\bar{b}, A\hat{x}) \le \text{dist}(\bar{b}, A\bar{x})$

$W = \text{Col } A$

$\bar{y} = \bar{b}$

$\bar{y} = \hat{y} + \bar{z}$

$\hat{y} \in \text{Col } A$

$\bar{z} \in (\text{Col } A)^{\perp}$

$\hat{y} = \hat{b}$

$\bar{z} = \bar{b} - \hat{b}$

Løs ligning $B\vec{x} = \vec{c}$ $\quad (B = A^TA,\ \vec{c} = A^T\vec{b})$

B invertibel

$$[B \ \ \vec{c}\,] \sim [I \ \ \vec{d}\,] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 & \\ 0 & \ddots & & 0 & \vec{d} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \end{bmatrix}$$

Find B^{-1}

$$[B \ \ I] \sim [I \ \ B^{-1}]$$

Normal ligning $\quad A^T A \bar{x} = A^T \bar{b}$

$$A = \begin{bmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} \qquad \bar{b} = \begin{bmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix}$$

$$A^T A = \begin{bmatrix} 1 & \dots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} = n \quad , \quad A^T \bar{b} = \begin{bmatrix} 1 & \dots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix}$$

$$= b_1 + b_2 + \dots + b_n$$

Normalligning $\quad n x = b_1 + b_2 + \dots + b_n$

$$x = \frac{b_1 + b_2 + \dots + b_n}{n}$$

Find linie $y = ax + b$ gennem / tæt på

$(x_1, y_1), \ldots, (x_n, y_n)$

Find mindste kvadraters løsning til

$$\underbrace{\begin{bmatrix} 1 & x_1 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & x_n \end{bmatrix}}_{A} \begin{bmatrix} b \\ a \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}}_{\bar{y}}$$

Søjlerne i A er lineært uafhængige (undtagen hvis $x_1 = x_2 = \ldots = x_n$)

Entydig mindste kvadraters løsning.

$$\begin{bmatrix} b \\ a \end{bmatrix} = (A^T A)^{-1} A^T \bar{y}$$