MCG - 8

En **affin transformation** $\mathcal{T} : \mathbb{R}^n \mapsto \mathbb{R}^m$ er en funktion der opfylder

$$\mathcal{T}(a_0 P_0 + a_1 P_1) = a_0 \mathcal{T}(P_0) + a_1 \mathcal{T}(P_1),$$

for alle punkter P_0, P_1 og alle tal a_0, a_1 hvor $a_0 + a_1 = 1$.

Lad $\mathcal{T}$ være en affin transformation.
Sæt $\mathcal{S}(\mathbf{v}) = \mathcal{T}(O + \mathbf{v}) - \mathcal{T}(O)$, hvor $O = (0, \ldots, 0)$.
Så er $\mathcal{S}$ en lineær transformation og der findes derfor en matrix A så $\mathcal{S}(\mathbf{v}) = A\mathbf{v}$.

A's søjler er $\mathcal{S}(\mathbf{e}_0), \ldots \mathcal{S}(\mathbf{e}_{n-1})$.

(side 138)

$$\mathcal{T}(\mathbf{v}) = A\mathbf{v} + \mathbf{y},$$

hvor $\mathbf{y} = \mathcal{T}(O)$.

Den affine transformation repræsenteres af følgende matrix

$$\begin{bmatrix} A & \mathbf{y} \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{bmatrix}.$$

Den inverse affine transformation $\mathcal{T}^{-1}$ reprsenteres af den inverse matrix

$$\begin{bmatrix} A^{-1} & -A^{-1}\mathbf{y} \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{bmatrix}.$$

Punktet P i $\mathbb{R}^n$ repræsenteres af følgende vektor i $\mathbb{R}^{n+1}$

$$\begin{bmatrix} P \\ 1 \end{bmatrix}.$$

En **translation** med vektoren $\mathbf{t}$ afbilder punktet P i punktet $P + \mathbf{t}$.

Matrix

$$\begin{bmatrix} I_n & \mathbf{t} \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{bmatrix}.$$

Ren **rotation**. (ren = om akse gennem O; dermed er rotationen en lineær transformation)

En lineær transformation $T(\mathbf{v}) = A\mathbf{v}$ er rotation
hvis og kun hvis
A er en ortogonal matrix med $\det(A) = 1$.

En sammensætning af to rotationer er en rotation.

Rotation i $\mathbb{R}^3$ om z-aksen med vinkel θ har matrix

$$R_z = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Den affine matrix er

$$\begin{bmatrix} R_z & \mathbf{0} \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{bmatrix}.$$