4.1: Induktionsbevis.

For $n \in \mathbb{Z}$ lad $P(n)$ betegne et udsagn, der kan være sandt eller falsk. Sandhedsværdien kan være forskellig for forskellige værdier af n.

Induktionsprincippet: For at bevise at $P(n)$ er sand for alle $n \geq 1$ skal vi
Basisskridt: bevise at $P(1)$ er sand.
Induktionsskridt: bevise at der for ethvert $k \geq 1$ gælder: hvis $P(k)$ er sand så er $P(k+1)$ også sand.

Man kan eventuelt ændre alle røde 1-taller til et andet tal b. Det grønne 1-tal må ikke ændres.

3.6: Repræsentation af hele tal.

Lad $b \in \mathbb{Z}$, $b \geq 2$.
Lad $n \in \mathbb{Z}$, $n \geq 1$. Så kan n skrives entydigt på formen

$$n = a_k b^k + a_{k-1} b^{k-1} + \ldots + a_1 b + a_0,$$

hvor $a_i \in \{0, 1, \ldots, b-1\}$ for alle i, og $a_k \neq 0$.

Notation: $n = (a_k a_{k-1} \ldots a_1 a_0)_b$.
(Notation for n i talsystem med grundtal b.)

$b = 2$: binære talsystem

$b = 10$: decimale talsystem

$b = 16$: hexadecimale talsystem

Algoritme 1:

Omskriv positivt helt tal til base b

procedure *base b udvikling* (n: positivt heltal)

$q := n$

$k := 0$

while $q \neq 0$

begin

$a_k := q \mod b$

$q := \lfloor \frac{q}{b} \rfloor$ $\{ = \frac{q-a_k}{b} \}$

$k := k + 1$

end

$\{ \ n = (a_{k-1} \ldots a_1 a_0)_b \ \}$

2-komplement repræsentation af postive og negative heltal med n bit.

Der kan repræsenteres 2^n forskellige tal, nemlig tallene

$$-2^{n-1}, \ldots, -1, 0, 1, 2, \ldots, 2^{n-1} - 1.$$

Lad M betegne et af disse tal.
M repræsenteres i 2-komplement som den binære repræsentation af tallet $r = M \mod 2^n$.
Altså

$$r = \begin{cases} M & \text{hvis } M \geq 0 \\ M + 2^n & \text{hvis } M < 0 \end{cases}$$

Bitstrengen $a_{n-1}a_{n-2}\ldots a_1 a_0$ repræsenterer tallet

$$\begin{cases} a_{n-2} \cdot 2^{n-2} + \ldots a_1 \cdot 2 + a_0 & \text{hvis } a_{n-1} = 0 \\ a_{n-1} \cdot 2^{n-1} + a_{n-2} \cdot 2^{n-2} + \ldots a_1 \cdot 2 + a_0 - 2^n & \text{hvis } a_{n-1} = 1 \end{cases}$$

2-komplement $n = 4$		repræsenterer tallet
0000		0
0001		1
0010		2
0011		3
0100		4
0101		5
0110		6
0111		7
1000	8-16 $=$	-8
1001	9-16 $=$	-7
1010	10-16 $=$	-6
1011	11-16 $=$	-5
1100	12-16 $=$	-4
1101	13-16 $=$	-3
1110	14-16 $=$	-2
1111	15-16 $=$	-1