

DISKRET MATEMATIK

Seddel nr 13.

13. GANG: ONSDAG DEN 23. MARTS, 8.15–12.00

Forelæsning 8.15–9.25 i Auditorium 2:

AFSNIT 9.4: Lidt om anvendelse af dybde først og bredde først søgning. Backtracking: en vigtig programmeringsmetode, der benytter rekursion til at gennemse alle muligheder.

AFSNIT 9.5: Prims algoritme. Beviset for at algoritmen virker, kompleksiteten af algoritmen.

2× ALGORITME: En anvendelse af minimum vægt udspændende træer til at finde (kort) Hamilton kreds (med henblik på Travelling Salesman Problem), se næste side af denne seddel.

Opgaveregning 9.25–11.25:

OPGAVER I AFSNIT 9.4: 3, 11, 15, 16, 20, 22, 27

OPGAVER I AFSNIT 9.5: 7, 12, 32

Forelæsning 11.25–12.00 i Auditorium 2.

Leif K. Jørgensen

2× algoritme.

Antag vi har givet en vægtet komplet graf G hvor vægten af kanten e betegnes $w(e)$, eller $w(x, y)$ hvis $e = \{x, y\}$. Antag at vægtene opfylder trekantsuligheden, dvs. for alle punkter x, y, z er $w(x, z) \leq w(x, y) + w(y, z)$.

Følgende algoritme finder en Hamilton-kreds C .

1. Find et minimum vægt udspændende træ T i G .
2. Lad T_2 være grafen der fremkommer fra T ved at "fordoble" alle kanter. Dvs. for hver kant $\{x, y\}$ i T er der to kanter i T_2 der forbinder x og y .
3. Find en Euler-kreds C_2 i T_2 . (Alle punkter i T_2 har lige grad).
4. Konstruer en Hamilton-kreds C i G ud fra C_2 ved at springe over punkter, der er besøgt tidligere i kredsen.

Sætning

Hvis H er en korteste Hamilton-kreds i G (løsning på Travelling Salesman Problemet) så er $w(C) < 2w(H)$.

Bevis

1. Lad e være en kant på H . Så er $H - e$ et udspændende træ. Derfor er $w(T) \leq w(H - e) < w(H)$.
 2. $w(T_2) = 2w(T)$.
 3. $w(C_2) = w(T_2)$.
 4. $w(C) \leq w(C_2)$. Dette skyldes trekantsuligheden. Lad punkterne i C_2 være $x_0, x_1, \dots, x_n = x_0$. Hvis f.eks. x_3 er det første punkt, der er besøgt tidligere på kredsen så erstattes x_2, x_3, x_4 af x_2, x_4 . Derved fås en kreds, der ikke er længere.
- Derfor er $w(C) \leq w(C_2) = w(T_2) = 2w(T) < 2w(H)$.

Algoritme

Følgende algoritme finder samme Hamilton-kreds som ovenstående algoritme:

1. Find et minimum vægt udspændende træ T i grafen G .
2. Konstruer en Hamilton-kreds, hvor punkterne står i den rækkefølge de besøges i ved dybde først søgning i T .