

Lad  $T : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$  være en lineær transformation,  
 $T(\mathbf{x}) = A\mathbf{x}$ .

Følgende udsagn er ækvivalente:

- $T$  er enentydig.
- Ligningen  $T(\mathbf{x}) = \mathbf{0}$  har kun den trivielle løsning  $\mathbf{x} = \mathbf{0}$ .
- Søjlerne i  $A$  er lineært uafhængige.
- $A$  har pivotposition i alle søjler.

Lad  $T : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$  være en lineær transformation,  
 $T(\mathbf{x}) = A\mathbf{x}$ .

Følgende udsagn er ækvivalente:

- $T$  er på.
- Søjlerne i  $A$  udspænder  $\mathbb{R}^m$ .
- $A$  har pivotposition i alle rækker.

### **Definition**

Lad  $A = [a_{ij}]$  og  $B = [b_{ij}]$  være  $m \times n$  matricer, og  $r \in \mathbb{R}$ .

$A + B$  er  $m \times n$  matricen hvor der plads  $(i, j)$  står  $a_{ij} + b_{ij}$ .

$rA$  er  $m \times n$  matricen hvor der plads  $(i, j)$  står  $ra_{ij}$ .

### **Definition**

Lad  $A$  være en  $m \times n$  matrix og lad  $B = [\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \dots, \mathbf{b}_p]$  være  $n \times p$  matrix.

Så er  $AB = [Ab_1, Ab_2, \dots, Ab_p]$ ,

som er en  $m \times p$  matrix.

Hvis  $A = [a_{ij}]$  er en  $m \times n$  matrix og  $B = [b_{ij}]$  være  $n \times p$  matrix så står der plads  $(i, j)$  i  $AB$ :

$$(AB)_{ij} = \sum_{\ell=1}^n a_{i\ell} b_{\ell j} = a_{i1} b_{1j} + a_{i2} b_{2j} + \dots + a_{in} b_{nj}.$$

Regneregler for matricer  $A, B, C$ , f.eks.:

$$A(BC) = (AB)C$$

$$A(B + C) = AB + AC, \quad (B + C)A = BA + CA$$

$$AI = IA = A,$$

forudsat at de indgående summer og produkter er defineret.

Sædvanligvis er  $AB \neq BA$ .