En $n \times n$ matrix A siges at være invertibel hvis der findes en $n \times n$ matrix C så

$$AC = CA = I_n.$$

C er så den inverse til A, skrives $C = A^{-1}$.

$$AA^{-1} = A^{-1}A = I_n.$$

Hvis A er invertibel så er A^{-1} også invertibel:

$$(A^{-1})^{-1} = A.$$

Hvis A og B er invertible $n \times n$ matricer så er AB invertibel:

$$(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}.$$

En 2×2 matrix

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

er invertibel hvis og kun hvis $ad - bc \neq 0$.

Den inverse matrix er da

$$A^{-1} = \frac{1}{ad - bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}.$$

Hvis A er en invertibel $n \times n$ matrix så har ligningen $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ entydig løsning.
Løsningen er $\mathbf{x} = A^{-1}\mathbf{b}$.

En $n \times n$ matrix A er invertibel hvis og kun hvis $A \sim I_n$.

Beregning af A^{-1}:
Start med matricen

$$[A \quad I].$$

Udfør rækkeoperationer på matricen indtil de første n søjler er matricen I. (Hvis dette ikke er muligt så er A ikke invertibel.)
De sidste n søjler er så A^{-1}.

$$[A \quad I] \sim [I \quad A^{-1}]$$

En elementærmatrix er en matrix E, der kan fås fra I_m ved at udføre én elementær rækkeoperation.

Udføres den samme rækkeoperation på en vilkårlig $m \times n$ matrix A får vi

$$EA.$$

Enhver elementærmatrix er invertibel.

Hvis E er den elementærmatrix der svarer til rækkeoperationen: adder k gange række i til række j
så er E^{-1} den elementærmatrix der svarer til rækkeoperationen: adder $-k$ gange række i til række j.

Den transponerede af en $m \times n$ matrix $A = [a_{ij}]$ er $n \times m$ matricen A^T hvor der på plads (i, j) står a_{ji}.

(rækker i A=søjler i A^T, søjler i A=rækker i A^T)

$$(AB)^T = B^T A^T$$

Hvis A er en invertibel $n \times n$ matrix så er A^T også invertibel og $(A^T)^{-1} = (A^{-1})^T$.